

2.7 Električno polje

Prostor u okolini naelektrisanog tela je izmenjen - kažemo da postoji električno polje koje deluje silom na drugo naelektrisano telo i pripada onom vidu materije koja ne deluje neposredno na naša čula. Ako potiče od naelektrisanja u stanju mirovanja, polje se naziva **elektrostatičko**.

Da bi se ispitalo polje jednog naelektrisanog tela, uvodi se pojam probnog naelektrisanja - naelektrisano telo veoma malih dimenzija i naelektrisanja. Dogovoreno je da je probno naelektrisanje pozitivno naelektrisano zanemarljivom količinom elektriciteta .

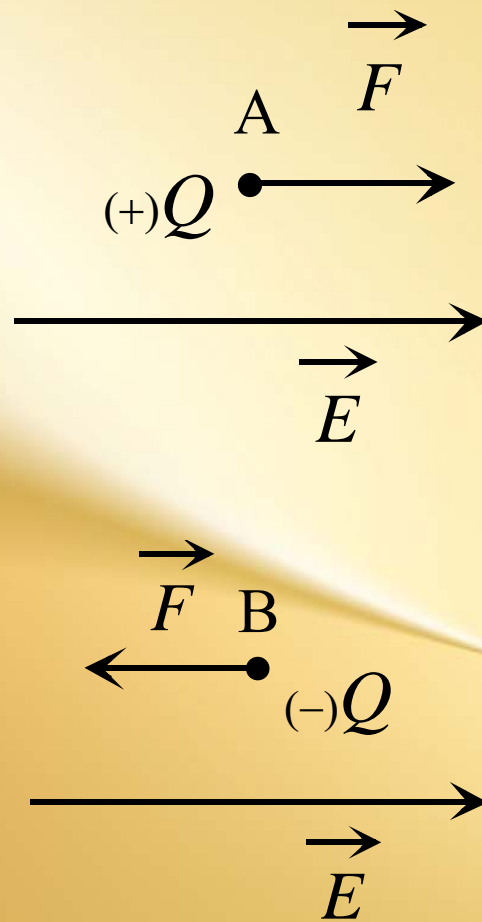
$$Q_p$$

- vektor jačine električnog polja u posmatranoj tački

$$\vec{E}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_p}$$

Vektor jačine električnog polja ima pravac i smer sile koja deluje na Q_p .



$$\vec{F} = Q_p \vec{E}$$

Intenzitet polja u tački A je:

$$E_A = \frac{F_A}{Q_p} = \frac{1}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0} \frac{Q}{r_A^2} = \frac{k_0}{\epsilon_r} \frac{Q}{r_A^2}$$

- Dimenzija vektora jačine polja iznosi:

$$\dim E = \frac{\dim F}{\dim Q} = \frac{\text{LMT}^{-2}}{\text{IT}} = \text{LMT}^{-3}\text{I}$$

- a jedinica u SI sistemu:

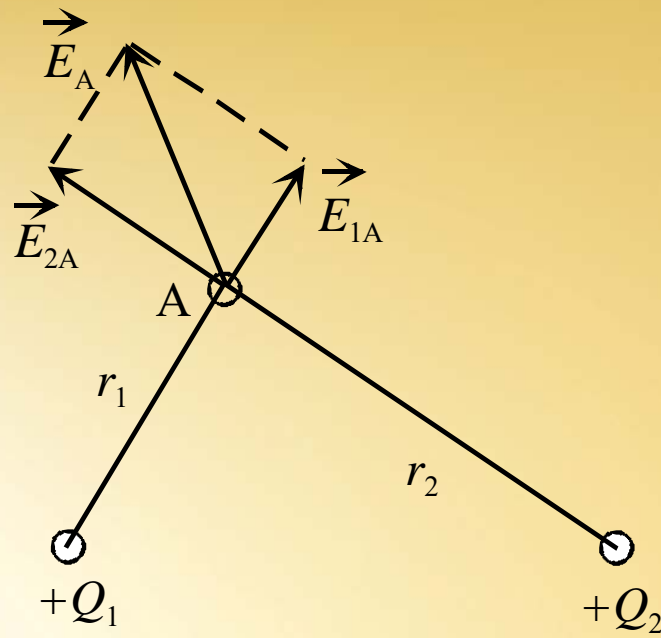
$$[E] = \frac{[F]}{[Q]} = \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Kasnije ćemo videti da je ovoj jedinici ekvivalentna:

$$[E] = \frac{[U]}{[d]} = \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

- Rezultujuće polje:

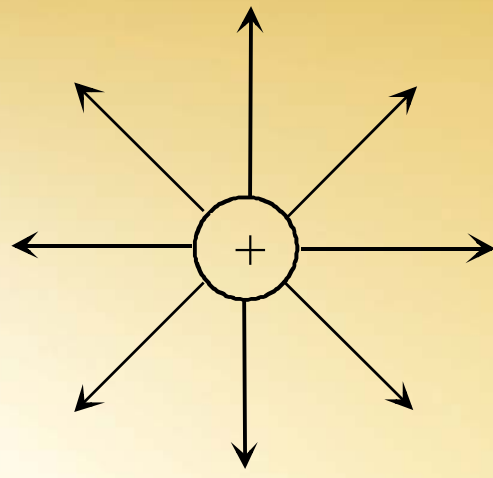
$$\vec{E}_r = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n$$



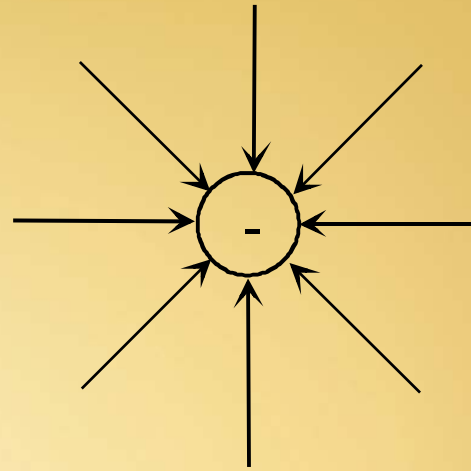
$$E_A = \frac{k_0 Q}{\epsilon_r r_A^2}$$

$$E_B = \frac{k_0 Q}{\epsilon_r r_B^2}$$

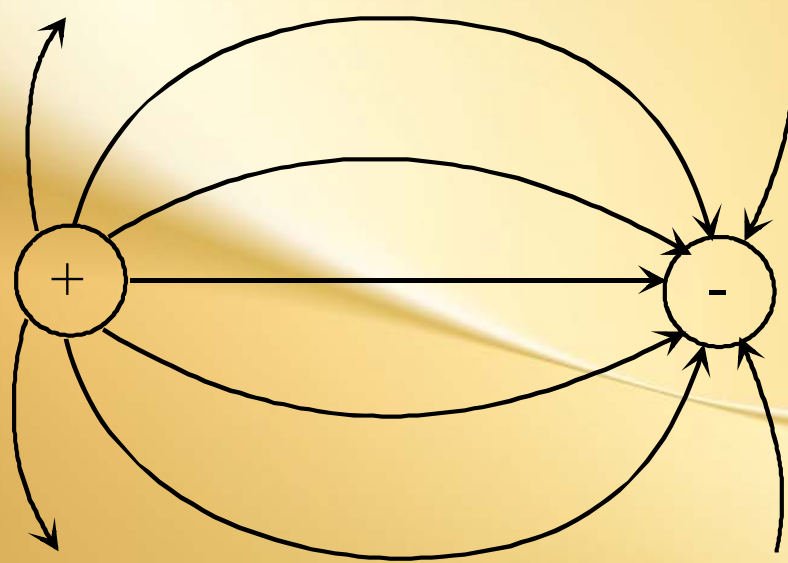
$$\vec{E}_r = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

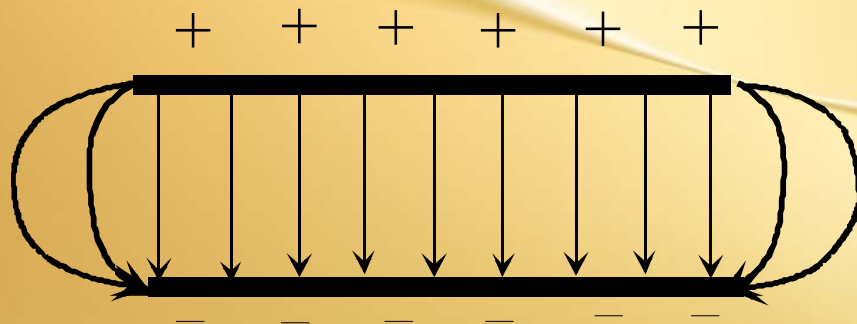
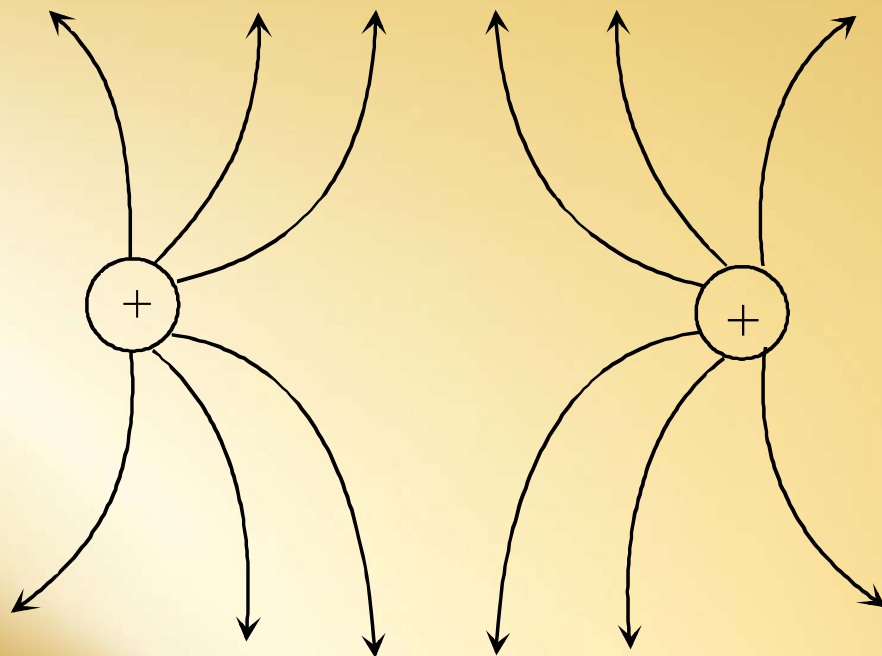


a

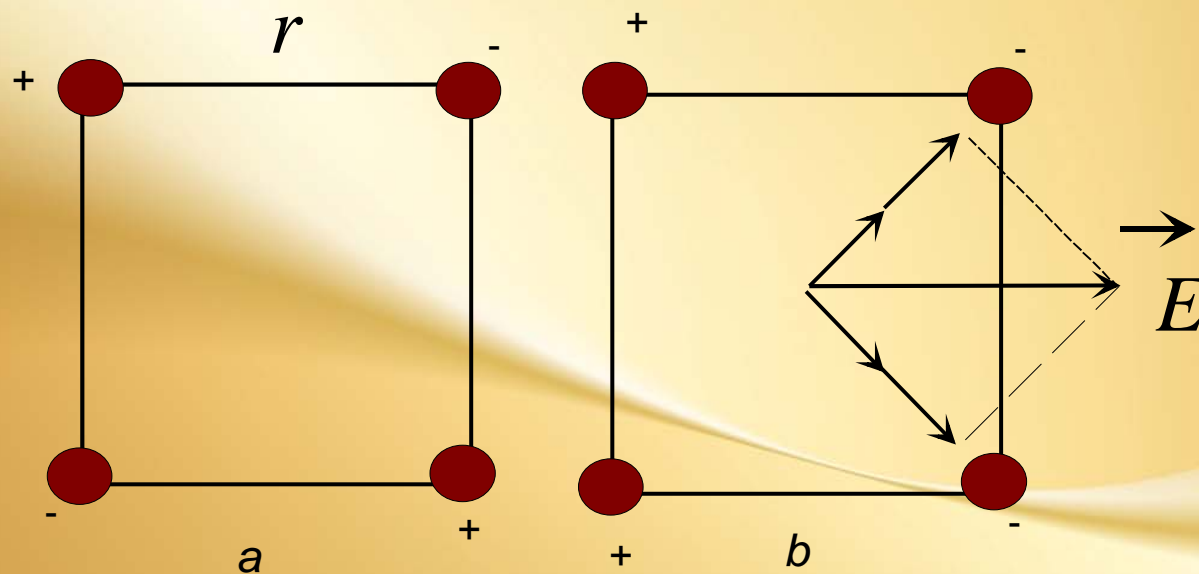


b



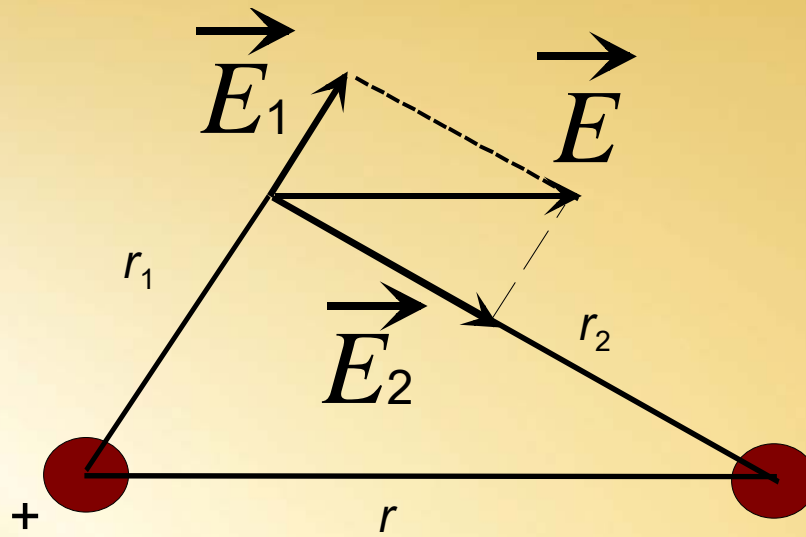


Primer U dva temena kvadrata postavljena su jednaka pozitivna tačkasta naelektrisanja, a u druga dva ista tolika negativna naelektrisanja. Naći intenzitet jačine polja u centru kvadrata.



Ako su naelektrisanja postavljena kao na slici a onda je jačina polja u centru kvadrata jednaka nuli. Međutim, ako su naelektrisanja raspoređena kao što pokazuje slika b, onda se traži jačina polja koja potiče od svakog naelektrisanja ponaosob, a zatim se nalazi vektorski zbir tih pojedinačnih jačina polja.

- **Primer** Dva tačkasta naelektrisanja $6,7nC$ i $-13,2nC$ nalaze se u vazduhu na međusobnom rastojanju 5 cm. Odrediti jačinu električnog polja u tački koja je udaljena 3 cm od pozitivnog i 4 cm od negativnog naelektrisanja.



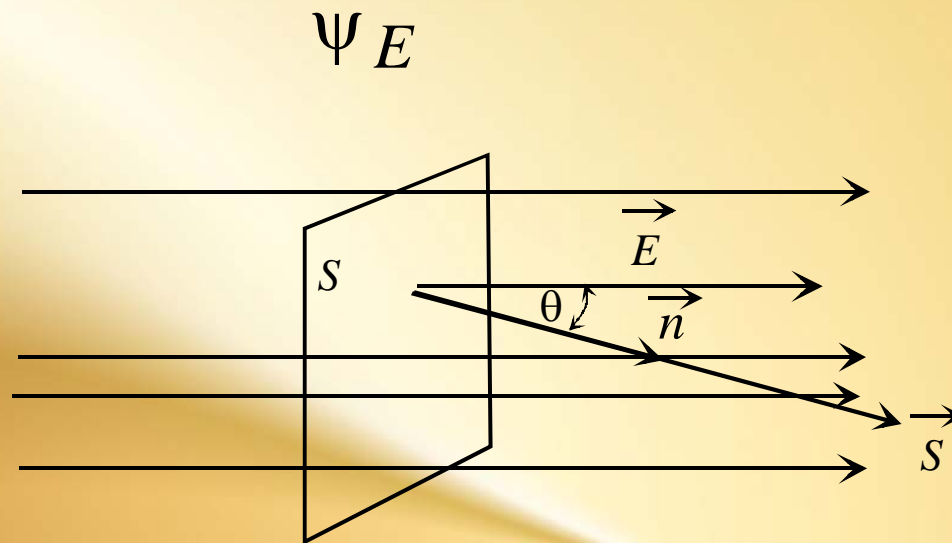
$$E_1 = \frac{k_0 Q_1}{\epsilon_r r_1^2}$$

$$E_2 = \frac{k_0 Q_2}{\epsilon_r r_2^2}$$

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2$$

$$E = 101 \text{ kV} / \text{ m}$$

2.8. Fluks električnog polja



$$\vec{S} = S \cdot \vec{n}$$

$$\Psi_E = \vec{E} \circ \vec{S} = E \cdot S \cdot \cos(\vec{E}, \vec{n}) = E \cdot S \cdot \cos\theta$$

$$\cos\theta = 1$$

$$\Psi_{Em} = E \cdot S \cdot \cos 0^\circ = E \cdot S$$

- Jedinica za fluks vektora je:

$$[\Psi_{Em}] = [E] \cdot [S] = \frac{\text{V}}{\text{m}} \text{m}^2 = \text{Vm}$$

- Dimenzija

$$\dim \Psi_{Em} = \dim E \dim S = \frac{\dim F}{\dim Q} \text{L}^2 = \frac{\text{LMT}^{-2}}{\text{IT}} \text{L}^2 = \text{L}^3 \text{MT}^{-3} \text{I}$$

Primer Jačina električnog polja je 2N/C . Polje deluje kroz površinu 5cm^2 pod uglom:

- a) 0°
- b) 30°
- c) 45°
- d) 60°
- e) 90°

Koliki je električni fluks?

Rešenje

$$\psi_E = E \cdot S \cdot \cos \theta$$

a) $10^{-3} \frac{N}{C} m^2$

b) $\frac{\sqrt{3}}{2} 10^{-3} \frac{N}{C} m^2$

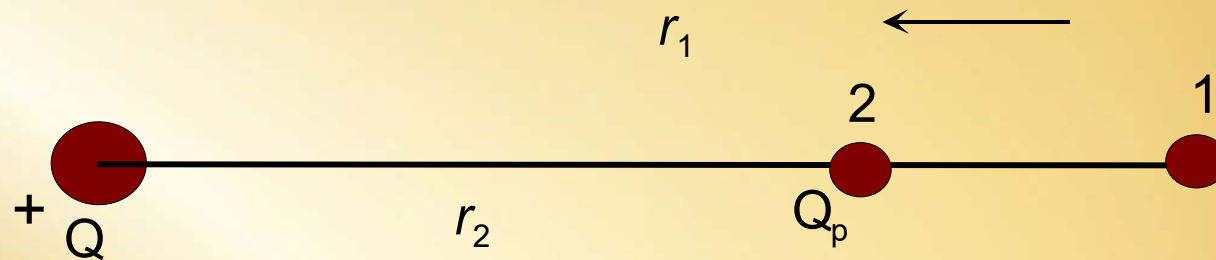
c) $\frac{\sqrt{2}}{2} 10^{-3} \frac{N}{C} m^2$

d) $\frac{1}{2} 10^{-3} \frac{N}{C} m^2$

e) **0**

$$\frac{N}{C} m^2 = Vm$$

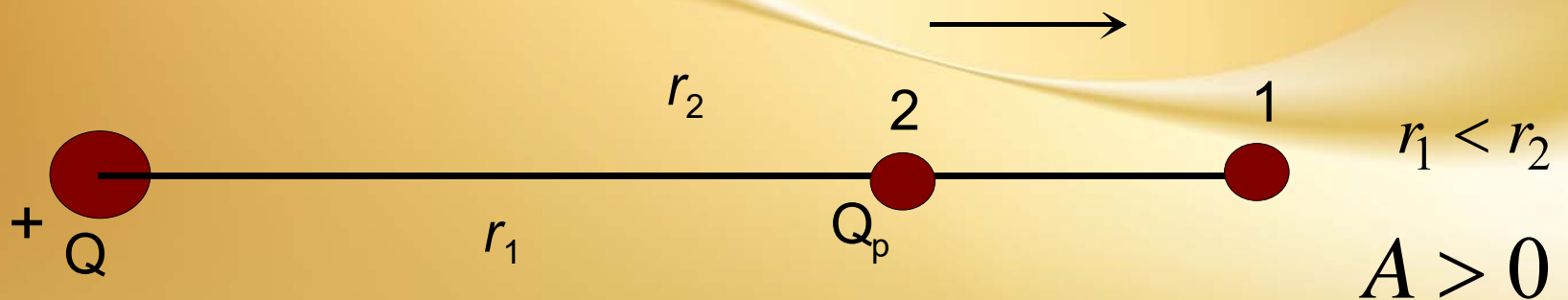
2.9 Rad sila u nehomogenom električnom polju



$$r_1 > r_2$$

$$A < 0$$

- Rad vrši neelektrična (spoljašnja) sila



$$r_1 < r_2$$

$$A > 0$$

$$A = \frac{k_0 Q Q_p}{\epsilon_r} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

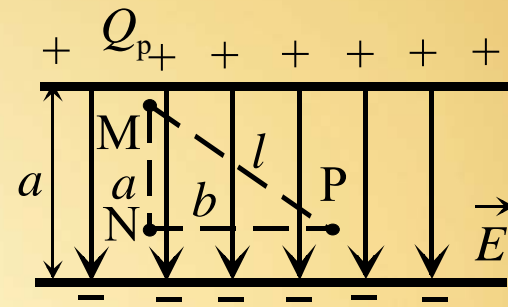
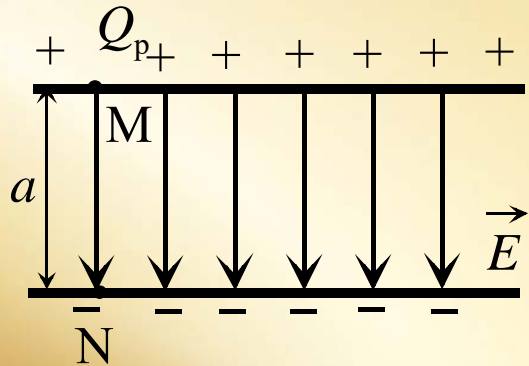
- **Primer** Koliki rad izvrši električna ili spoljašnja sila ako se naelektrisanje $Q_p = 0,5mC$ pomeri sa rastojanja $r_1 = 2m$ na rastojanje $r_2 = 1m$ od naelektrisanja $Q = 10mC$ koja se nalaze u vazduhu.

Rešenje

$$Q = 2,25 \cdot 10^4 J$$

- Rad je negativan – u pitanju je spoljašnja neelektrična sila.

2.9 Rad sila u homogenom električnom polju

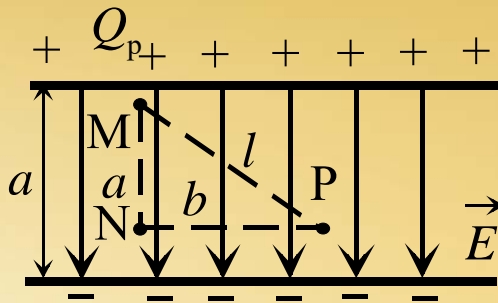


$$A_{NM} = \vec{F} \circ \vec{a} = F \cos(\vec{F}, \vec{a}) = Q_p E a \cos(\vec{E}, \vec{a}) = Q_p E a$$

$$\cos(\vec{E}, \vec{a}) = \cos 0^\circ = 1$$

$$A_{MN} = \vec{F} \circ \vec{a}' = F \cos(\vec{F}, \vec{a}') = Q_p E a \cos(\vec{E}, \vec{a}') = -Q_p E a$$

$$\cos(\vec{E}, \vec{a}') = \cos 180^\circ = -1$$



$$A_{MN} = A_{MP} + A_{PN} = \vec{F} \circ \vec{l} + \vec{F} \circ \vec{b} = Fl \cos(\vec{F}, \vec{l}) + Fb \cos(\vec{F}, \vec{b}) =$$

$$= Q_p E l \cos(\vec{E}, \vec{l}) + Q_p E b \cos(\vec{E}, \vec{b})$$

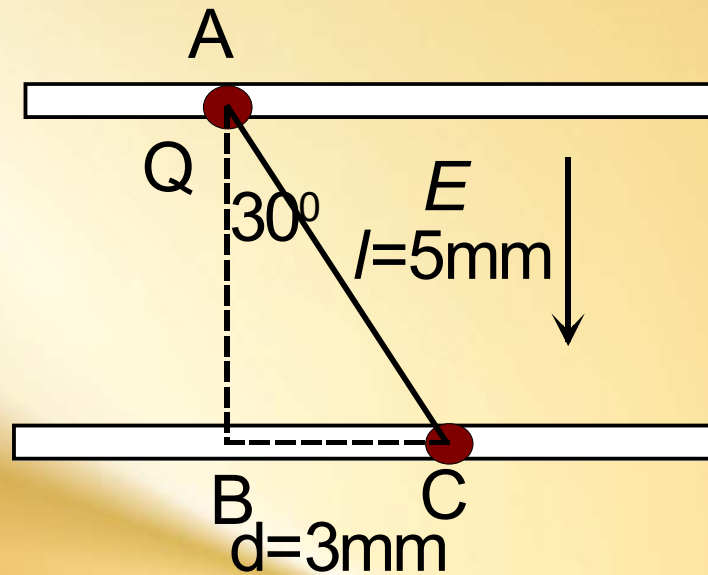
$$\cos(\vec{E}, \vec{l}) = \frac{a}{l} \quad \cos(\vec{E}, \vec{b}) = \cos 90^\circ = 0$$

$$A_{MN} = A_{MP} + A_{PN} = Q_p E l \frac{a}{l} + Q_p E l 0 = Q_p E a$$

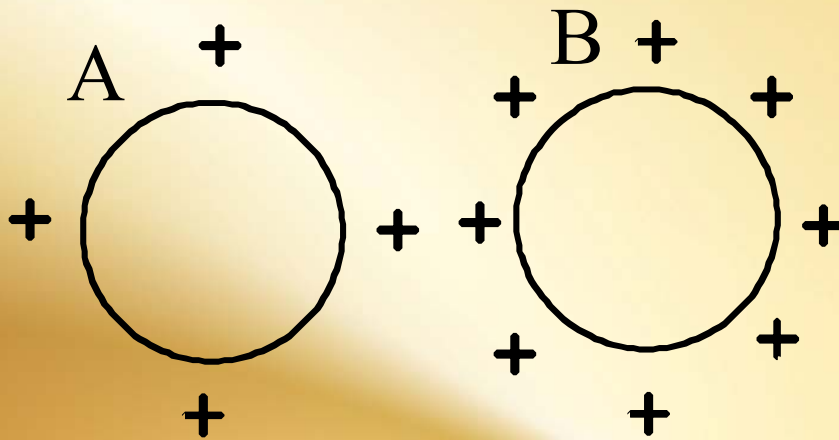
Rad po zatvorenoj putanji

$$A_{\text{MM}} = A_{\text{MP}} + A_{\text{PN}} + A_{\text{NP}} = Q_p Ea + 0 + (-Q_p Ea) = 0$$

Primer Elektron se kreće u homogenom polju kondenzatora jačine $0,5\text{N/C}$ kao na slici. Koliki se izvrši rad pri prelasku elektrona iz tačke A u tačku C?

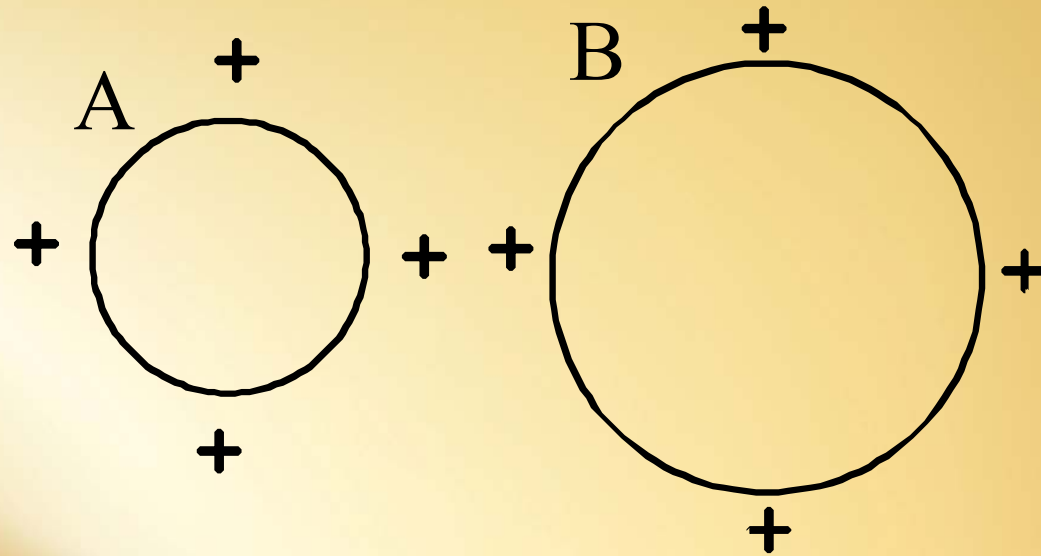


2.10 Potencijal električnog polja, razlika potencijala, napon



$$Q_A < Q_B$$

$$\varphi_A < \varphi_B$$



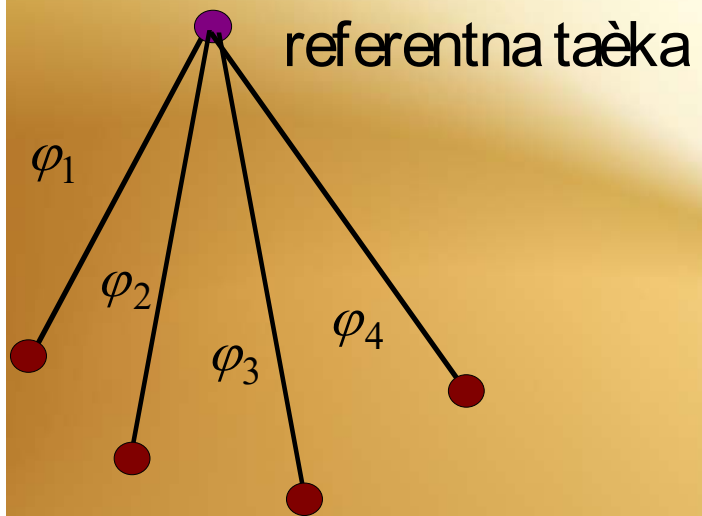
$$Q_A = Q_B$$

$$r_A < r_B$$

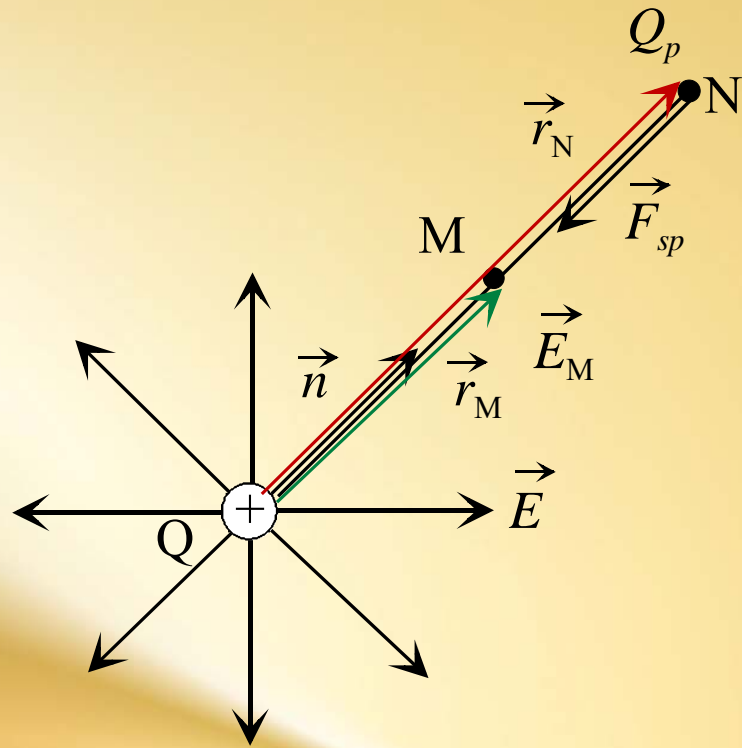
$$\varphi_A < \varphi_B$$

Električni potencijal

$$\varphi = k \frac{Q}{r}$$



$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 + \dots$$



$$\varphi = V = \frac{W}{Q_p}$$

$$[V] = \frac{[W]}{[Q]} = \frac{J}{C} = V$$

Za tačku u beskonačnosti kažemo da je na nultom potencijalu.

- Razlika potencijala ili napon

$$U = V_1 - V_2 = \frac{W_1 - W_2}{Q_P} = \frac{A}{Q_P}$$

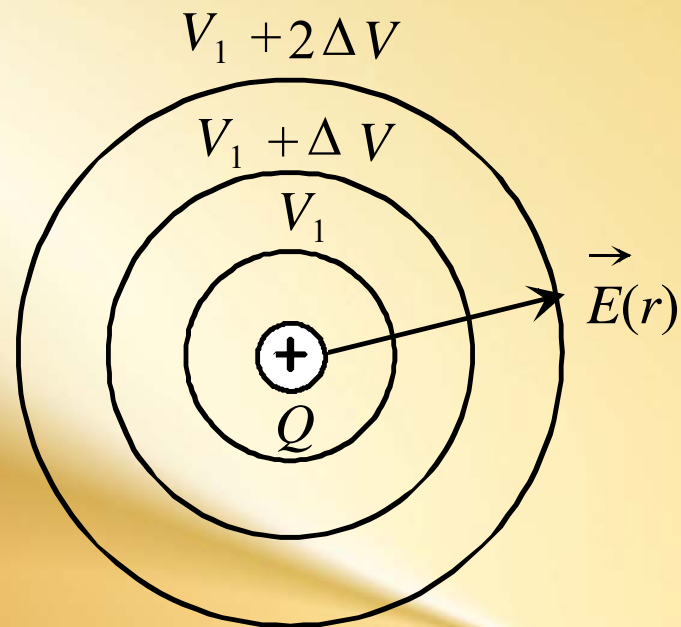
$$A = Q_p(V_1 - V_2) = Q_p U$$

$$[A] = [Q] \cdot [U] = [F] \cdot [l] = [Q] \cdot [E] \cdot [l]$$

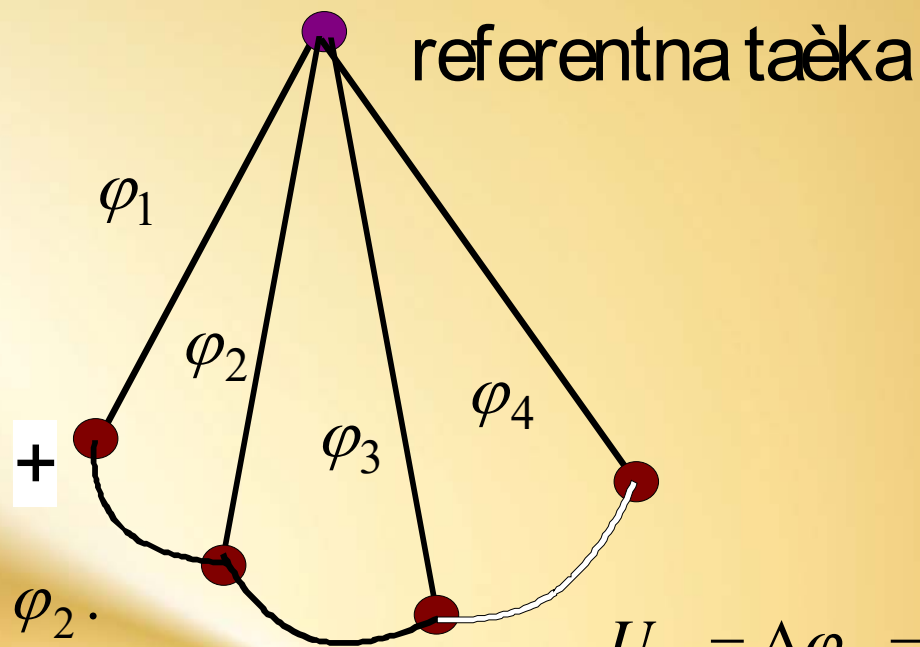
$$[U] = [E] \cdot [l]$$

$$[E] = \frac{[U]}{[l]} = \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Ekvipotencijalna površina



$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q}{r}$$

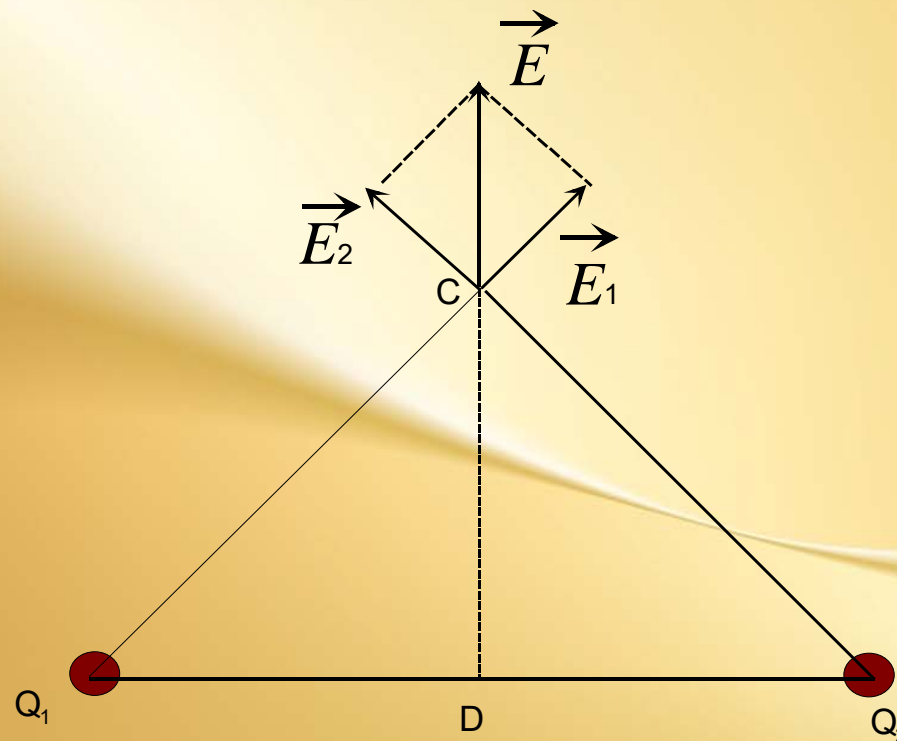


$$U_1 = \Delta\varphi_1 = \varphi_1 - \varphi_2.$$

$$U_2 = \Delta\varphi_2 = \varphi_2 - \varphi_3.$$

$$U_3 = \Delta\varphi_3 = \varphi_3 - \varphi_4.$$

Primer Rastojanje među naelektrisanjima je 0,6 m. Odrediti potencijal u temenu pravog ugla i na preseku visine s osnovom trougla. Razmotriti slučajeve istoimenih i raznoimenih naelektrisanja. Kuglice se nalaze u vazduhu.



$$\varphi = \frac{k_0}{\epsilon_r} \frac{Q}{r}$$

C:

$$\varphi_C = \varphi_1 + \varphi_2 = 840\text{V}$$

- Ako su naelektrisanja raznoimena

$$\varphi_C = \varphi_1 - \varphi_2 = 0\text{V}$$

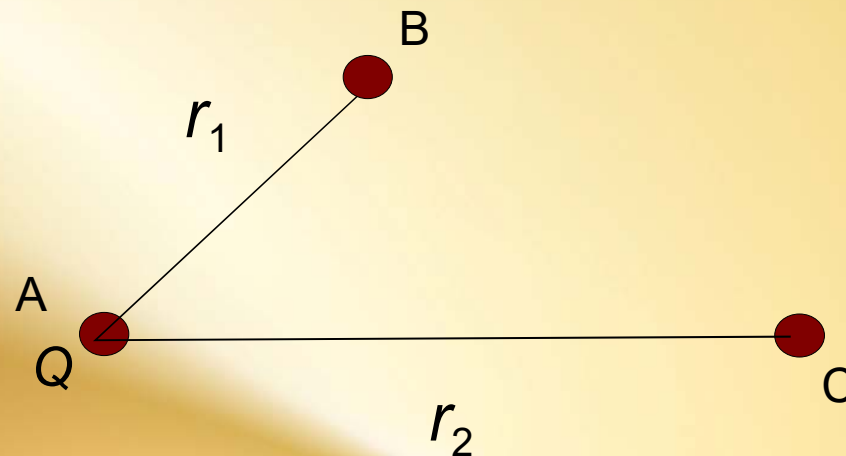
D:

$$\varphi_D = 2\varphi_1 = 1200\text{V}$$

- raznoimena naelektrisanja

$$\varphi_D = 0\text{V}$$

Električno polje potiče od naelektrisanja $Q = 5 \cdot 10^{-7} \text{ C}$, koje se nalazi u sredini s relativnom dielektričnom propustljivošću $\epsilon_r = 2$. Odrediti razliku potencijala tačaka B i C, udaljenih od naelektrisanja 0,05 m i 0,20m.



$$U = \varphi_B - \varphi_C = \frac{k_0 Q}{\epsilon_r r_B} - \frac{k_0 Q}{\epsilon_r r_C} = \frac{k_0 Q}{\epsilon_r} \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_C} \right) = 34000 \text{ V}$$

Naći potencijal kugle radijusa $R = 0,1m$ ako je vrednost potencijala na rastojanju $r = 10m$ od njene površine $\varphi_r = 20V$.

$$\varphi = \frac{k_0 Q}{\varepsilon_r R}$$

$$\varphi_r = \frac{k_0 Q}{\varepsilon_r (R + r)}$$

$$\varphi = \varphi_r \frac{R + r}{R} = 2020V$$

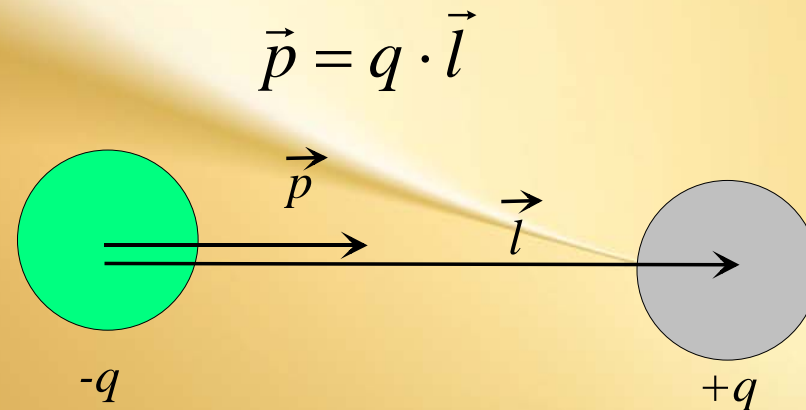
Četiri jednaka tačkasta naelektrisanja od po $1\mu\text{C}$ smeštena su u temena kvadrata stranice 40 cm. Koliki je potencijal, a kolika jačina polja u centru kvadrata?

$$E_A = 0$$

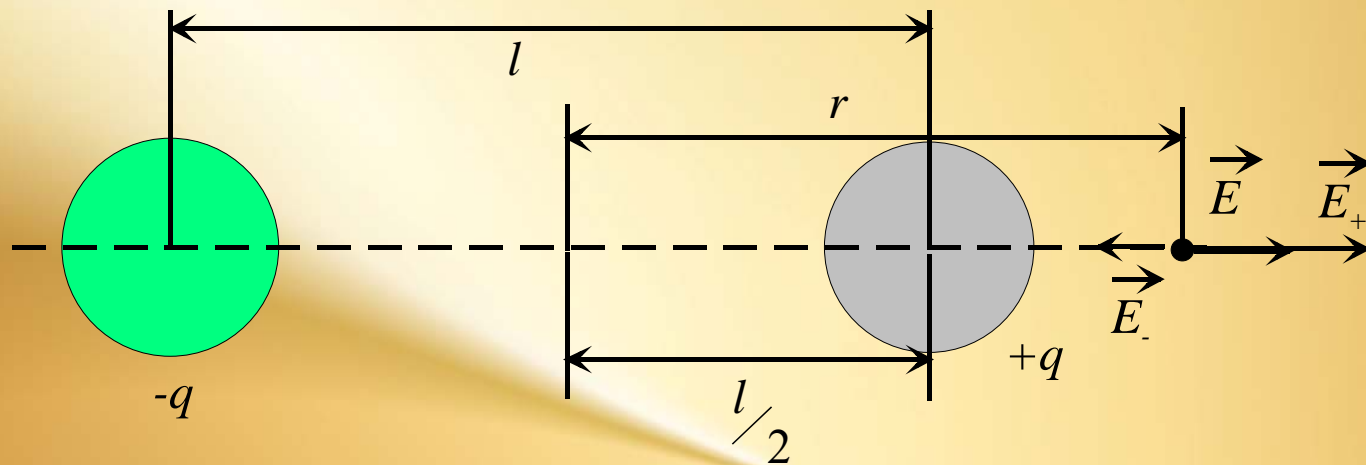
$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 = 4\varphi = 4 \frac{k_0}{\varepsilon_r} \frac{Q}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = 12,76 \cdot 10^{-4} \text{ V}$$

2.11 Električni dipol

- Sistem od dva tačkasta tela jednakih količina elektriciteta ali suprotnog znaka na rastojanju l , predstavlja električni dipol. Električni dipol karakteriše vektorska veličina koja se zove **električni moment dipola**:



Jačina električnog polja dipola se dobija vektorskim sabiranjem vektora jačine električnog polja od oba naelektrisanja.



$$E_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2}$$

$$E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

$$E = E_+ - E_-$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon} \frac{2rl}{\left(r^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2\right)^2}$$

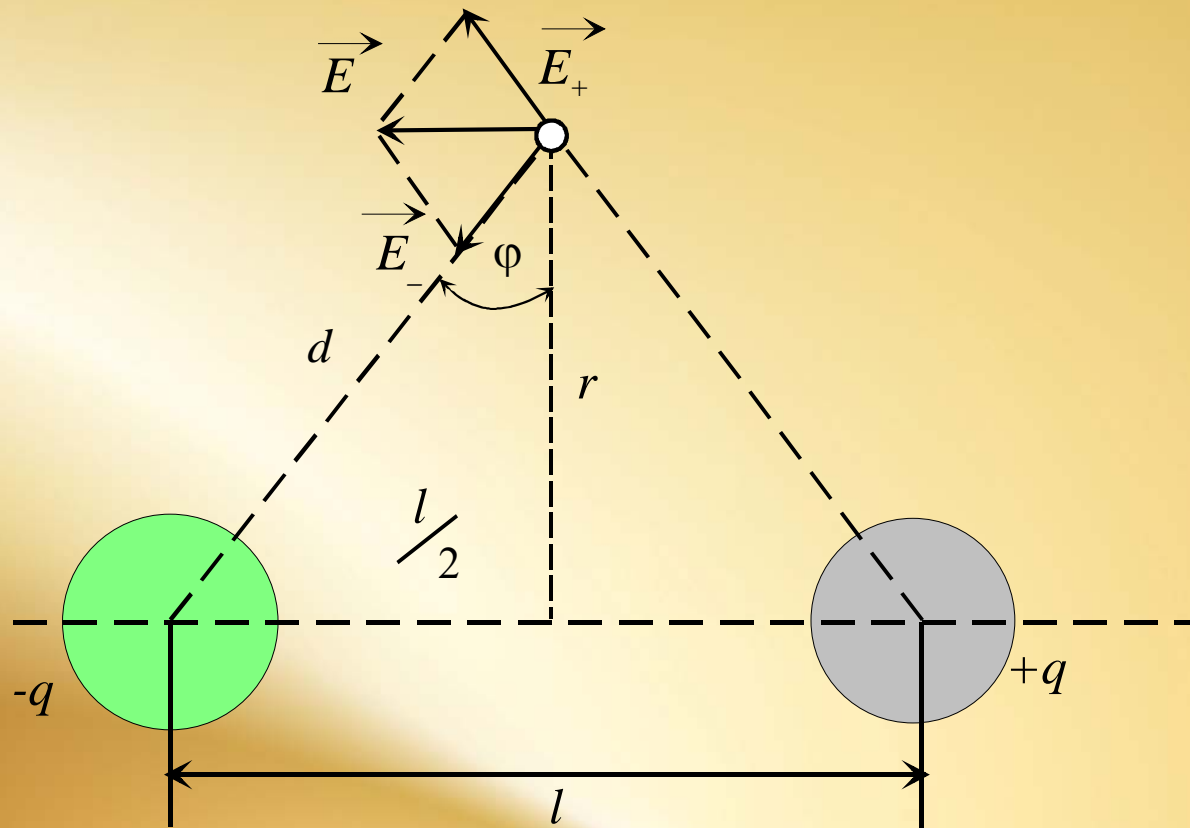
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{2qrl}{\left(r^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2\right)^2}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{2pr}{\left(r^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2\right)^2}$$

$$r \gg l$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{2pr}{r^4}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{2p}{r^3}$$



$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}$$

$$|E_{+y}| = |E_{-y}|$$

$$\sin\varphi = \frac{E_x}{E_-} = \frac{E_x}{2E_-}$$

$$E = E_x = 2E_- \sin\varphi$$

$$d^2 = r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2$$

$$E = 2 \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} \frac{\frac{l}{2}}{\sqrt{r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}}$$

$$\sin\varphi = \frac{\frac{l}{2}}{\sqrt{r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{ql}{\left(r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$r \gg l$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{ql}{r^3}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{p}{r^3}$$