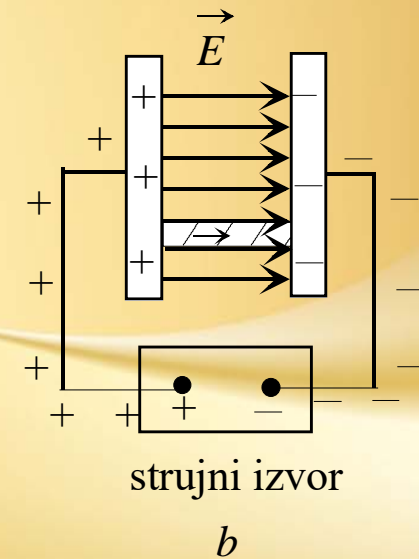
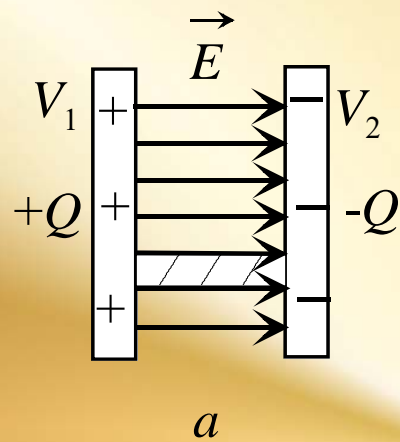


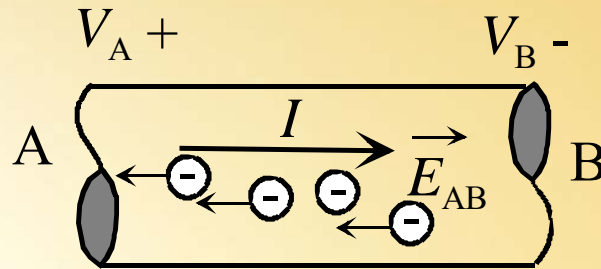
3. Vremenski konstantne električne struje

- Električnom strujom nazivamo svako usmereno kretanje naelektrisanja, bez obzira na uzroke ovog kretanja i na vrstu naelektrisanja koja učestvuju u ovom kretanju. Pokretljiva naelektrisanja koja mogu obrazovati električnu struju su **elektroni i pozitivni i negativni joni**.

Električna struja može biti vremenski nepromenljiva.
Takvu električnu struju nazivamo vremenski konstantna
električna struja.



3.2 Jačina i smer električne struje. Gustina električne struje



$$U_{AB} = V_A - V_B$$

$$I = \frac{Q}{t}$$

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

$$[I] = \frac{[Q]}{[t]} = \frac{C}{s}$$

$$Q = I t$$

$$[I] = A$$

Primer Kroz provodnik protiče električna struja jačine 3A.

a) Kolika količina naelektrisanja protekne kroz poprečni presek provodnika za 20s ?

6) Koliko se elektrona nalazi u toj količini naelektrisanja?

$$I = \frac{q}{t}$$

$$q = It = 60\text{C}$$

$$q = Ne$$

$$N = \frac{q}{e} = 3,75 \cdot 10^{20}$$

gustine struje

$$J = \frac{I}{S}$$

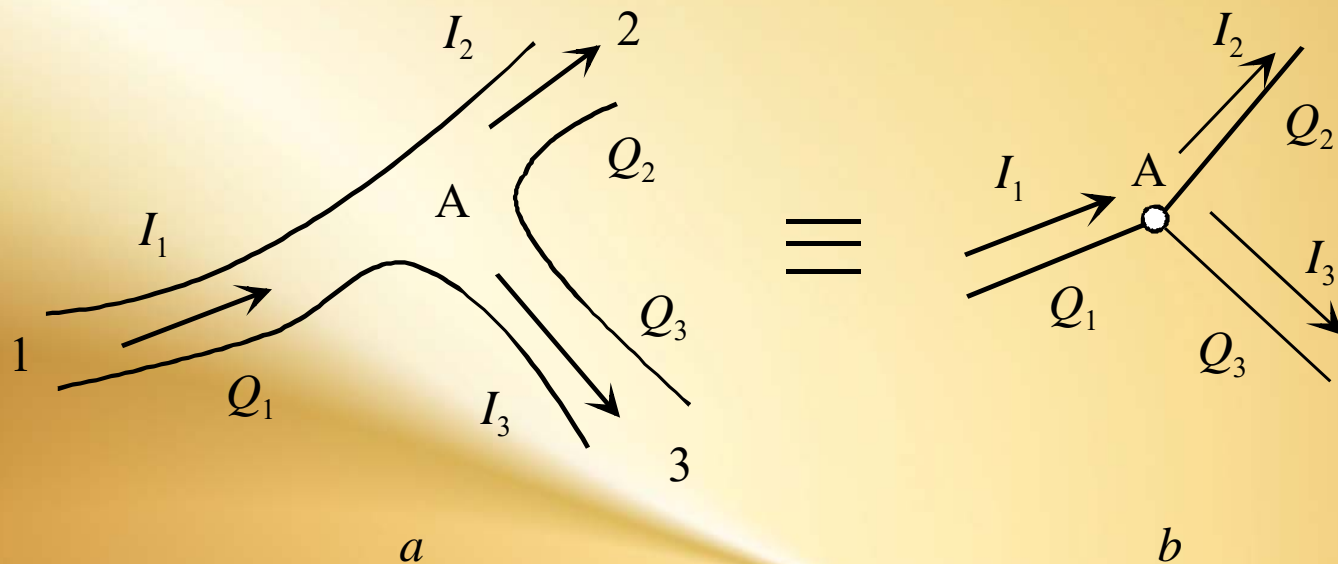
$$[J] = \frac{[I]}{[S]} = \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$$

Primer

- 3.2.3. Kolika je gustina struje ako za 2s kroz poprečni presek provodnika $S = 1,2\text{mm}^2$ prođe $3 \cdot 10^{19}$ elektrona?

$$j = \frac{I}{S} = \frac{\frac{q}{t}}{S} = \frac{q}{St} = \frac{Ne}{St} = 2 \cdot 10^6 \frac{\text{A}}{\text{m}^2} = 2 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$$

3.3 Prvi Kirhofov zakon



$$Q_1 = Q_2 + Q_3$$

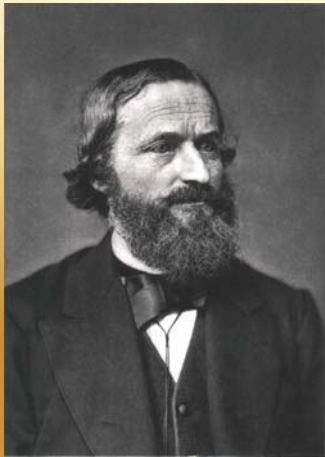
$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$I_2 + I_3 - I_1 = 0$$

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0$$

- zbir struja koje imaju smer ka čvoru jednak je zbiru struja koje imaju smer od čvora.
- u čvoru u kome se stiže proizvoljan broj n provodnika sa strujom, algebarski zbir jačina struje mora biti nula:

Gustav Robert Kirhof (G. R. Kirchhoff, 1824—1887)



3.4 Električna otpornost

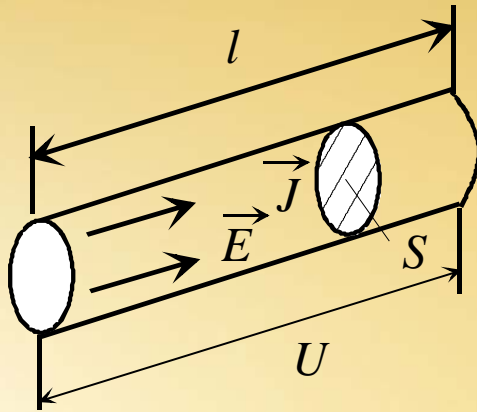
$$\vec{E} = \rho \vec{J}$$

- ρ specifična otpornost materijala

$$\rho = \frac{E}{J}$$

$$[\rho] = \frac{[E]}{[J]} = \frac{\text{V}}{\text{A}} \text{m}$$

$$[\rho] = \frac{\text{V}}{\text{A}} \text{m} = \Omega \text{m}$$



$$E = \frac{U}{l}$$

$$J = \frac{I}{S}$$

$$E = \rho J = \frac{U}{l} = \rho \frac{I}{S}$$

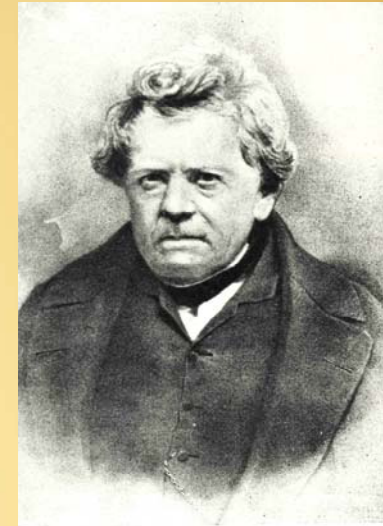
$$\rho = \frac{U S}{I l}$$

Omov zakon

$$I = \frac{U}{R}$$

$$U = RI$$

- **Georg Simon Ohm (1789 – 1854)**



$$R = \rho \frac{l}{S}$$

$$[R] = \frac{[U]}{[I]} = \Omega$$

Primer 3.4.1 Kroz granu kola protiče struja jačine 0,6 A. Koliki je otpor grane ako na njenim krajevima vlada napon 3 V?

$$R = \frac{U}{I} = 5\Omega$$

- Primer 3.4.2. Prilikom povećanja jačine struje u grani kola za 2 A, napon na njenim krajevima se poveća 5 puta. Kolika je jačina struje kroz granu pre navedene promene?

$$U_1 = RI_1 \quad U_2 = RI_2$$

$$U_2 = 5U_1 \quad I_2 = I_1 + \Delta I$$

$$\frac{U_2}{U_1} = 5 = \frac{RI_2}{RI_1} = \frac{I_1 + \Delta I}{I_1}$$

$$I_1 = \frac{\Delta I}{4} = 0,5\text{A}$$

- Primer 3.4.3. Kroz bakarni provodnik prečnika 4,2 mm protiče struja jačine 12 A.
- a) Kolika je gustina struje u tom provodniku?
- b) Kolika je potencijalna razlika između dveju tačaka tog provodnika koje se nalaze na rastojanju 600 m?

$$j = \frac{I}{S} = \frac{I}{\frac{d^2 \pi}{4}} = \frac{4I}{d^2 \pi} = 8,67 \cdot 10^5 \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$$

$$U = IR = I\rho \frac{l}{S} = I\rho \frac{4l}{d^2 \pi} = 8,84 \text{V}$$

3.5 Zavisnost specifične otpornosti i otpornosti od temperature

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t)$$

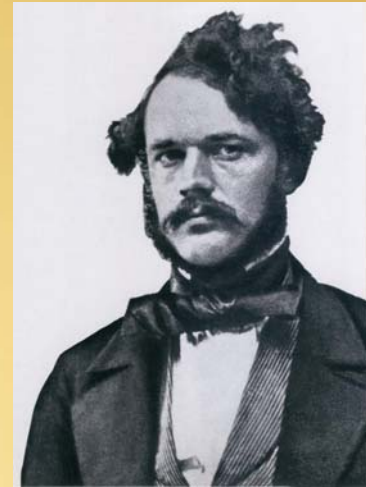
$$R = R_0(1 + \alpha t)$$

Recipročna veličina specifičnoj otpornosti naziva se specifična provodnost provodnika:

$$\gamma = \frac{1}{\rho}$$

$$[\gamma] = \frac{1}{[\rho]} = \frac{1}{\Omega\text{m}} = \frac{\text{S}}{\text{m}}$$

Werner von Siemens, 1816—1892



- Električna provodnost provodnika

$$G = \frac{1}{R} = \gamma \frac{S}{l}$$

$$[G] = \frac{1}{[R]} = \frac{1}{\Omega} = \text{S}$$

Primer 3.5.1. Na 100 °C čelična žica ima otpor 160 Ω, dok otpor žice na 200 °C iznosi 220 Ω. Koliki je temperaturni koeficijent otpora za čelik?

$$R_1 = R_0 (1 + \alpha t_1)$$

$$R_2 = R_0 (1 + \alpha t_2)$$

$$\alpha = \frac{R_2 - R_1}{R_1 t_2 - R_2 t_1} = 0,006^\circ\text{C}^{-1}$$

- 3.5.2. Promenom temperature čelične žice za 5 °C, njen otpor se poveća za 6 Ω. Koliki je otpor žice na 0 °C ako je temperaturni koeficijent otpora čelika 0,006 °C⁻¹?

$$R = R_0(1 + \alpha t)$$

$$R + \Delta R = R_0(1 + \alpha(t + \Delta t))$$

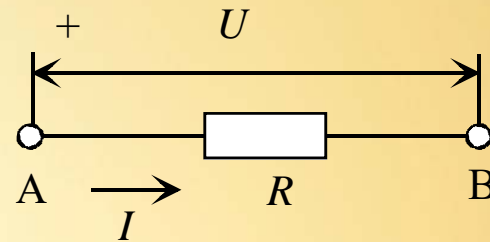
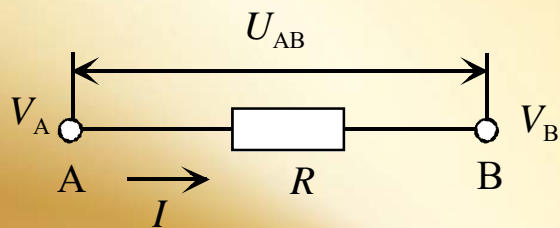
$$\Delta R = R_0 \alpha \Delta t$$

$$R_0 = \frac{\Delta R}{\alpha \Delta t} = 200 \Omega$$

3.6 Omov zakon

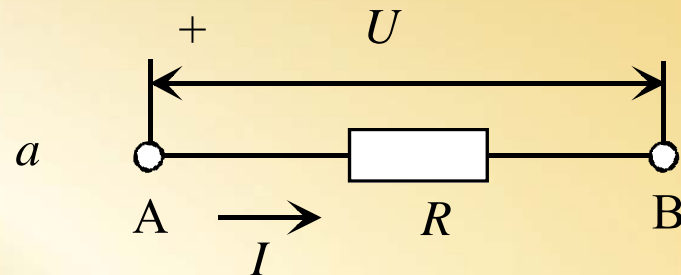
$$I = \frac{U}{R}$$

$$U = RI$$

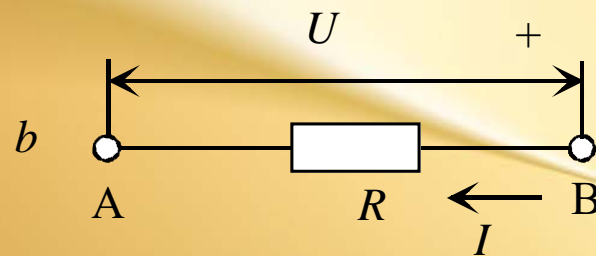


$$U_{AB} = V_A - V_B$$

Ako je $U_{AB} > 0$, onda je tačka A na višem potencijalu u odnosu na tačku B.

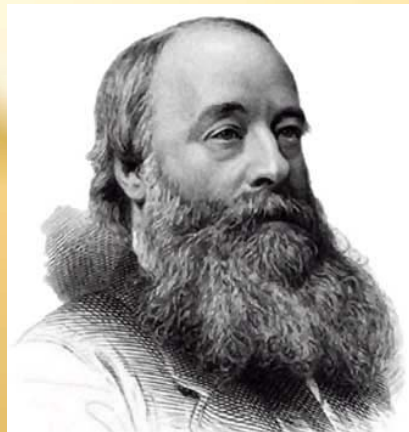


- Ako je $U_{AB} < 0$, onda je tačka B na višem potencijalu u odnosu na tačku A.



3.7 Džulov zakon

- Kao što je već spomenuto, jedna od veoma važnih manifestacija električne struje je njen toplotni efekat, tj. **zagrevanje provodnika**.
- James Prescott Joule, 1818-1889



- Prema definiciji napona, električne sile pri prenošenju količine elektriciteta Q kroz otpornik izvrše rad:

$$A = UQ = UI t$$

- Po zakonu o održanju energije, energija brojno jednaka ovom radu pretvorila se u otporniku u toplotu.

$$W_J = UI t = RI^2 t = \frac{U^2}{R} t$$

U kolu konstantne struje brzina pretvaranja električne energije u toplotu vremenski je konstantan proces, pa definišemo električnu snagu posmatranog otpornika:

$$P = \frac{A}{t} = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}$$

$$[P] = \frac{[A]}{[t]} = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W}$$

$$[A] = [P] \cdot [t] = \text{Ws}$$

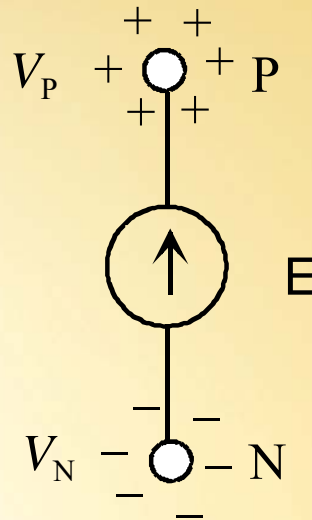
- Primer 3.7.1. Otpor žice električne grejalice je 55Ω . Koliko se električne energije u njoj pretvori u toplotu za 1 sat ako se priključi na napon od 220V?

$$Q = \frac{U^2}{R} t = 3168\text{J}$$

- 3.7.2. Izvor struje udaljen je od potrošača 2,5km. Koliko se električne energije potroši u dovodnim žicama u toku jednog sata ako su žice od bakra površine poprečnog preseka 1cm^2 ? Jačina struje je 10A.

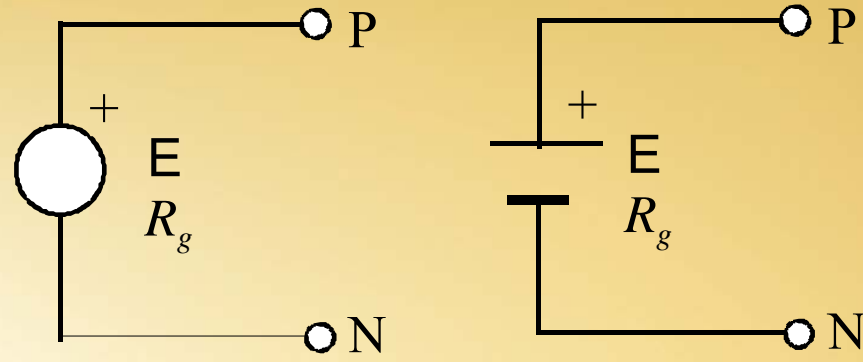
$$W = RI^2t = \rho \frac{lI^2t}{S} = 3,1 \cdot 10^5 \text{ J}$$

3.8 Električni generatori, elektromotorna sila i unutrašnja otpornost

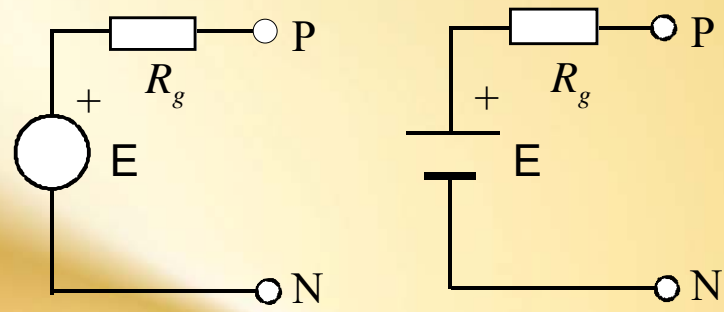


$$E = U_{PN} = \frac{A}{Q}$$

- Jedinica za elektromotornu silu u SI sistemu je volt.



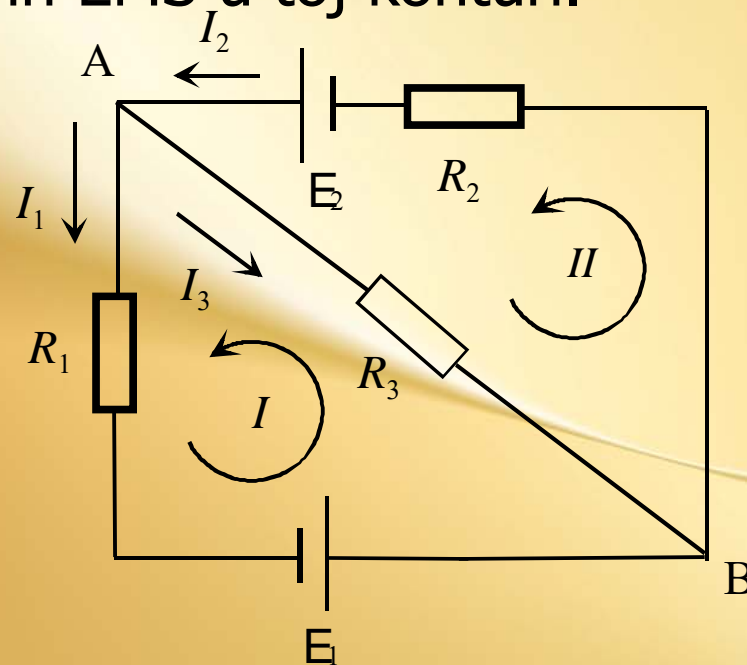
a



b

3.9 Drugi Kirhofov zakon

- U svakoj strujnoj konturi razgranatog kola algebarski zbir napona na svim otporima jednak je algebarskom zbiru svih EMS u toj konturi.



$$I_2 = I_1 + I_3$$

$$E_1 = I_1 R_1 - I_3 R_3$$

$$E_2 = I_2 R_2 + I_3 R_3$$

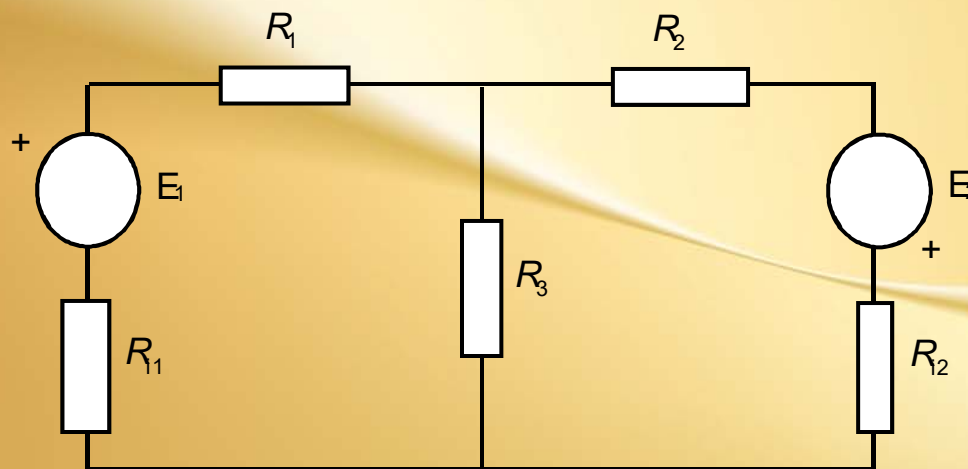
$$I_1 = \frac{E_1 R_2 + (E_1 + E_2) R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}$$

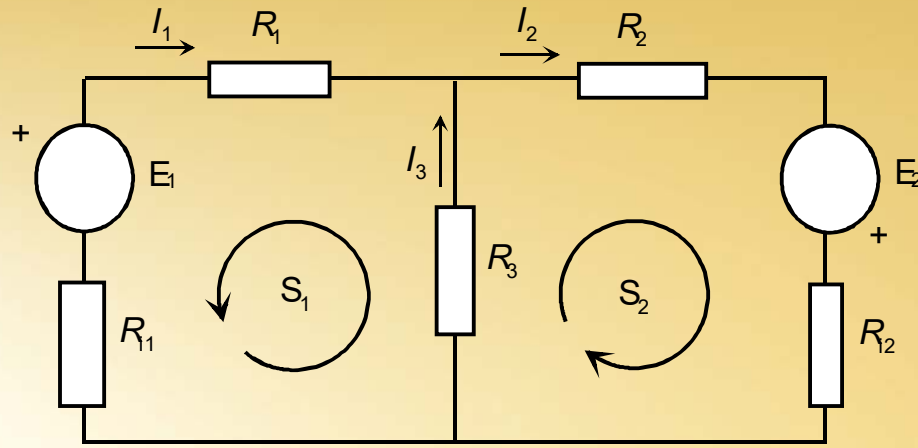
$$I_2 = \frac{E_2 R_1 + (E_1 + E_2) R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}$$

$$I_3 = \frac{E_2 R_1 - E_1 R_2}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}$$

Ako su $E_1 = 1,5\text{V}$, $E_2 = 8,5\text{V}$, $R_1 = 1\text{ k}\Omega$, $R_2 = 2\text{ k}\Omega$ i $R_3 = 3\text{ k}\Omega$, onda se dobija da je $I_1 = 3\text{ mA}$, $I_2 = 3,5\text{ mA}$ i $I_3 = 0,5\text{ mA}$.

- Generatori stalnih elektromotornih sila $E_1 = 20\text{V}$ i $E_2 = 6\text{V}$, unutrašnjih otpornosti $R_{i1} = 0,2\ \Omega$ i $R_{i2} = 0,05\ \Omega$ i prijemnici otpornosti $R_1 = 300\ \Omega$, $R_2 = 700\ \Omega$ i $R_3 = 400\ \Omega$, vezani su kao na slici. Odrediti intenzitete struja u svim granama ovog kola.





$$-I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$-300,2I_1 + 400I_3 = -20$$

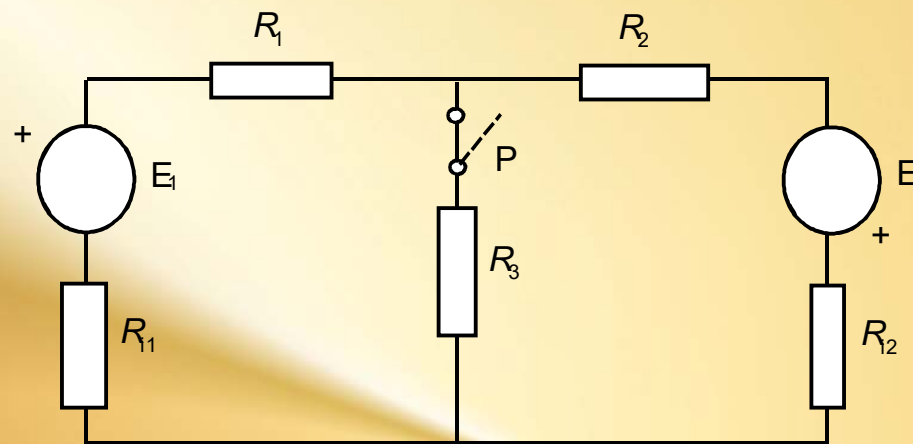
$$-700,05I_2 - 400I_3 = -6$$

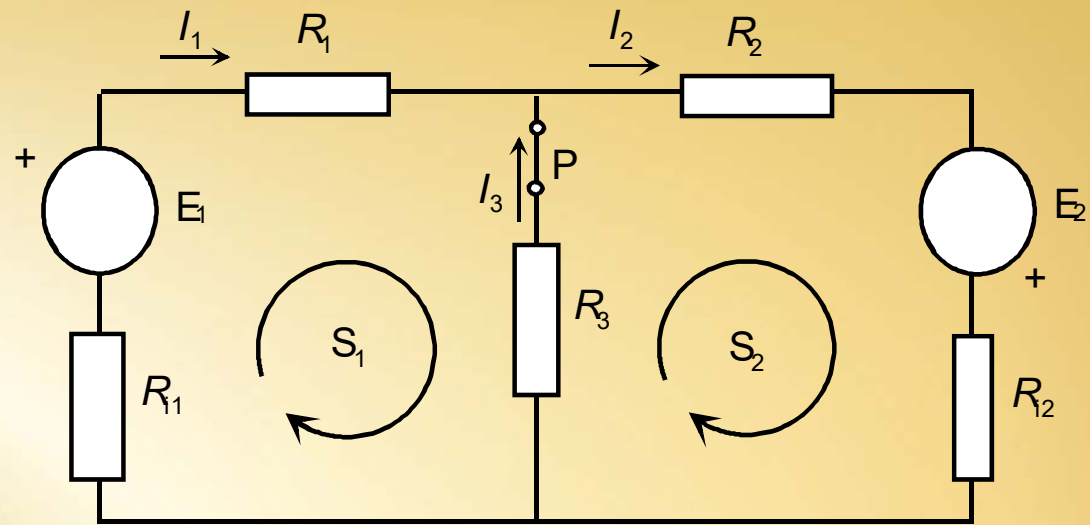
$$I_1 = 40\text{mA}$$

$$I_2 = 20\text{mA}$$

$$I_3 = -20\text{mA}$$

Generatori stalnih elektromotornih sila $E_1 = 4,5\text{V}$ i $E_2 = 9\text{V}$, unutrašnjih otpornosti $R_{i1} = 0,5\ \Omega$ i $R_{i2} = 0,1\ \Omega$ i prijemnici otpornosti $R_1 = 400\ \Omega$, $R_2 = 800\ \Omega$ i $R_3 = 500\ \Omega$, vezani su kao na slici. Odrediti intenzitete struja u svim granama ovog kola Kada je prekidač uključen isključen.





- Prekidač uključen

$$I_3 = I_2 - I_1$$

$$4,5 = 400,5I_1 - 500I_3$$

$$9 = 800,1I_2 + 500I_3$$

$$I_1 = -150\text{mA}$$

$$I_2 = 11,2\text{mA}$$

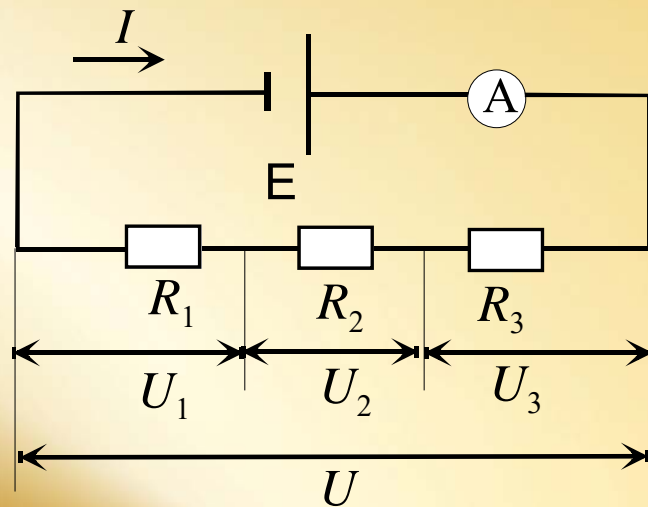
$$I_3 = -161\text{mA}$$

- Prekidač isključen (otvoren)

$$I_1 = I_2 = 3,74\text{mA}$$

$$I_3 = 0\text{mA}$$

3.10 Serijska veza otpornika



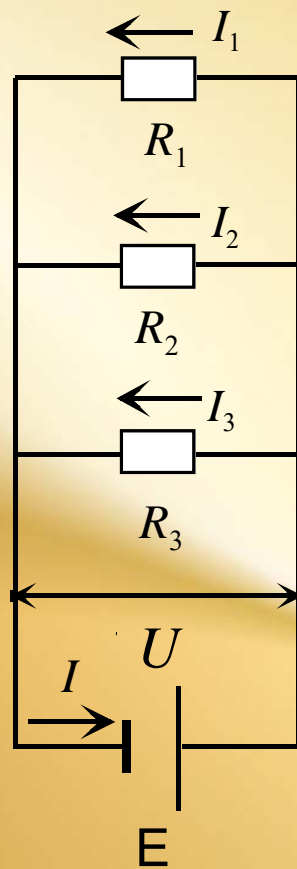
$$I = \text{const}$$

$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

$$\frac{U}{I} = \frac{U_1}{I} + \frac{U_2}{I} + \frac{U_3}{I}$$

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_N = \sum_{i=1}^N R_i$$

3.11 Paralelna veza otpornika

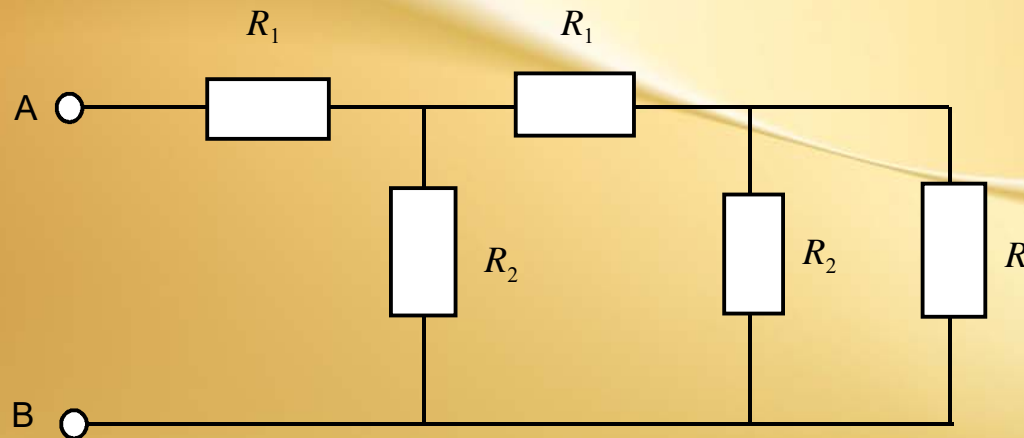


$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

$$\frac{U}{R_{ekv}} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3}$$

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_N} = \sum_i \frac{1}{R_i}$$

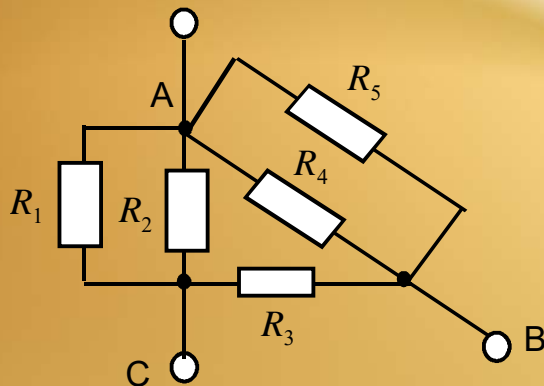
- **Primer** Ekvivalentna otpornost između tačaka A i B na slici 3.11 treba da bude jednaka otpornosti $2R_1$. Ako je $R_1 = 100\Omega$, $R_2 = 200\Omega$, naći otpornost R .



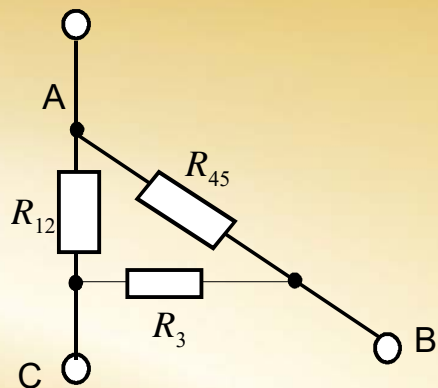
$$R_e = \frac{R_2 \left(R_1 + \frac{R_2 R}{R_2 + R} \right)}{R_2 + R_1 + \frac{R_2 R}{R_2 + R}} = 2R_1$$

$$R = \frac{R_1^2 R_2}{R_2^2 - R_1^2 - R_1 R_2} = 200\Omega$$

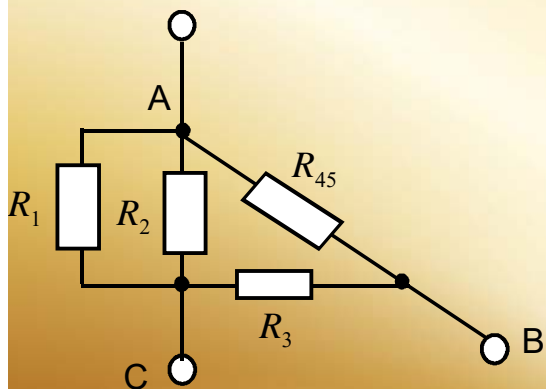
- **Primer** Naći ekvivalentnu otpornost kola na slici između tačaka: A i B i A i C ako je



$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 10\Omega$$

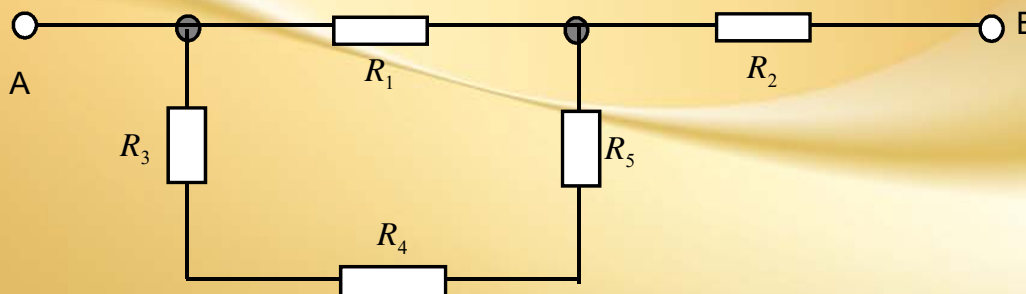


$$R_{AB} = \frac{\frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} \left(R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)}{\frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} + R_3 + \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5}} = \frac{75}{20} \Omega$$

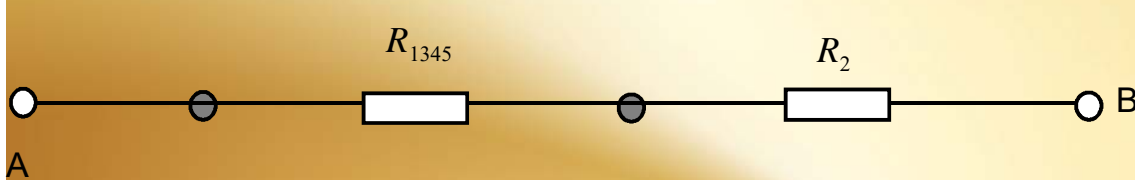
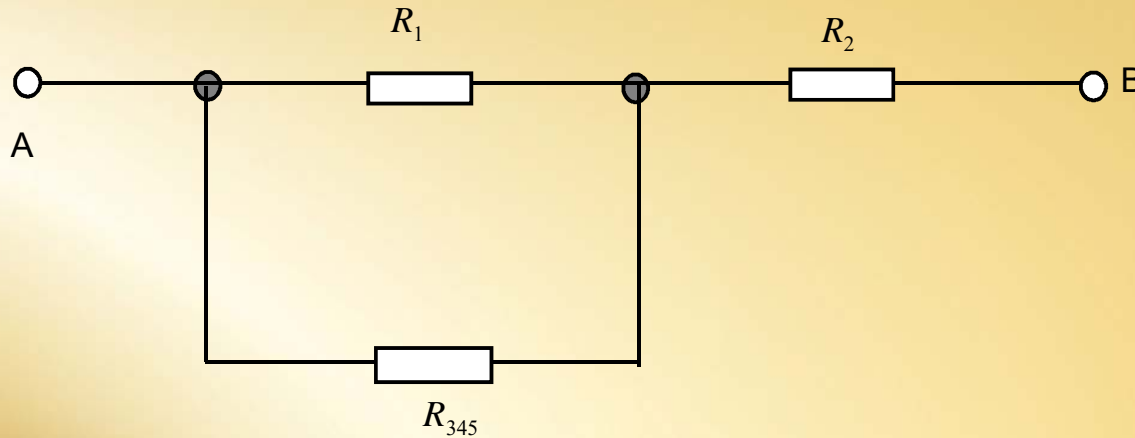


$$R_{AC} = \frac{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \left(R_3 + \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} \right)}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 + \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5}} = \frac{75}{20} \Omega$$

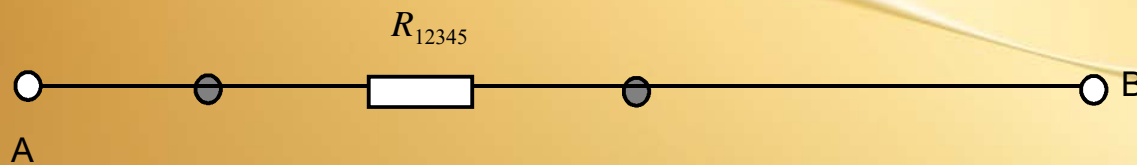
- Odrediti ekvivalentnu otpornost između tačaka A i B:
kola na slici



$$R_{345} = R_3 + R_4 + R_5 = 30\Omega$$



$$R_{1345} = \frac{R_1 R_{345}}{R_1 + R_{345}} = 5\Omega$$



$$R_e = R_{12345} = R_2 + R_{1345} = 15\Omega$$