

4. Kretanje naelektrisane čestice u elektrostatičkom polju u vakuumu

- Ovo kratko poglavlje predstavlja neku vrstu spona između čisto elektrostatičkih polja, i električnih polja pod čijim se dejstvom kreće veliki broj elementarnih naelektrisanja.

4.1 Kretanje naelektrisanе čestice u homogenom električnom polju.

- Posmatrajmo nepokretnu naelektrisanu česticu naelektrisanja q ($q > 0$) i mase m . Neka se čestica nalazi u vakuumu u homogenom električnom polju vektora jačine polja \vec{E} . Na česticu deluje sila
- $\vec{F} = Q\vec{E}$. Pustimo česticu da se kreće pod dejstvom te sile, i odredimo kako se menja brzina čestice u toku vremena.

$$ma = qE$$

$$a = \frac{qE}{m}$$

$$m \frac{dv}{dt} = qE$$

$$dv = \frac{qE}{m} dt$$

$$\int_{v_0}^v dv = \frac{qE}{m} \int_0^t dt$$

$$v - v_0 = \frac{qE}{m} t$$

$$v = v_0 + \frac{qE}{m}t$$

- Da bismo dobili jednačinu kretanja naelektrisane čestice polazimo od definicije brzine:

$$v = \frac{ds}{dt}$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{qE}{m}t$$

$$ds = \frac{qE}{m}tdt$$

$$\int^s ds = \frac{qE}{m} \int_0^t t dt$$

$$s = \frac{qE}{m} \frac{t^2}{2}$$

$$v^2 = v_0^2 + \frac{2qE}{m} s$$

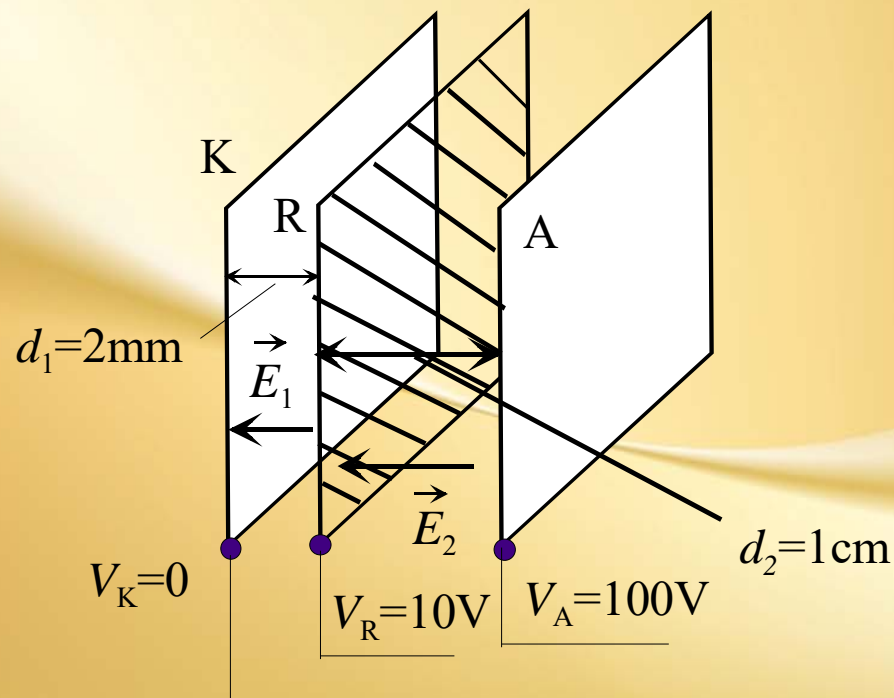
Primer 1 Pretpostavimo da je naelektrisana čestica elektron (naelektrisanje elektrona jednako je $e = -1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ a njegova masa $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$).

Izračunajmo za koje vreme će elektron, ako pođe nultom početnom brzinom, pod dejstvom homogenog električnog polja intenziteta $E = 1000 \text{ V/m}$ preći put $s = 1 \text{ cm}$.

$$s = \frac{qE}{2m} t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2m_e s}{eE}} = 1,066 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

Primer 2 Pretpostavimo da elektron kreće sa nultom početnom brzinom sa elektrode K na slici, proleće kroz reškastu elektrodu R, i stiže na elektrodu A. Izračunajmo brzinu elektrona pri njegovom prolasku kroz reškastu elektrodu i pri dolasku na elektrodu A, kao i vreme potrebno elektronu da pređe ceo put. Dimenzije i potencijali elektroda prikazani su na slici.



Prema slici, jačina polja između elektroda K i R je

$$E_1 = \frac{V_R - V_K}{d_1} = 5000\text{V/m}$$

■ a između elektroda A i R je

$$E_2 = \frac{V_A - V_R}{d_2} = 9000\text{V/m}$$

$$d_1 = \frac{eE_1}{2m_e} \frac{t_0^2}{2}$$

$$t_0 = \sqrt{\frac{2m_e d_1}{eE_1}} = 2,133 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

$$v_0 = \frac{eE_1}{m_e} t_0 = 1,876 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

$$s = v_0 t + \frac{eE}{2m} t^2$$

$$d_2 = v_0 t + \frac{eE_2}{2m_e} t^2$$

- Rešenje ove kvadratne jednačine

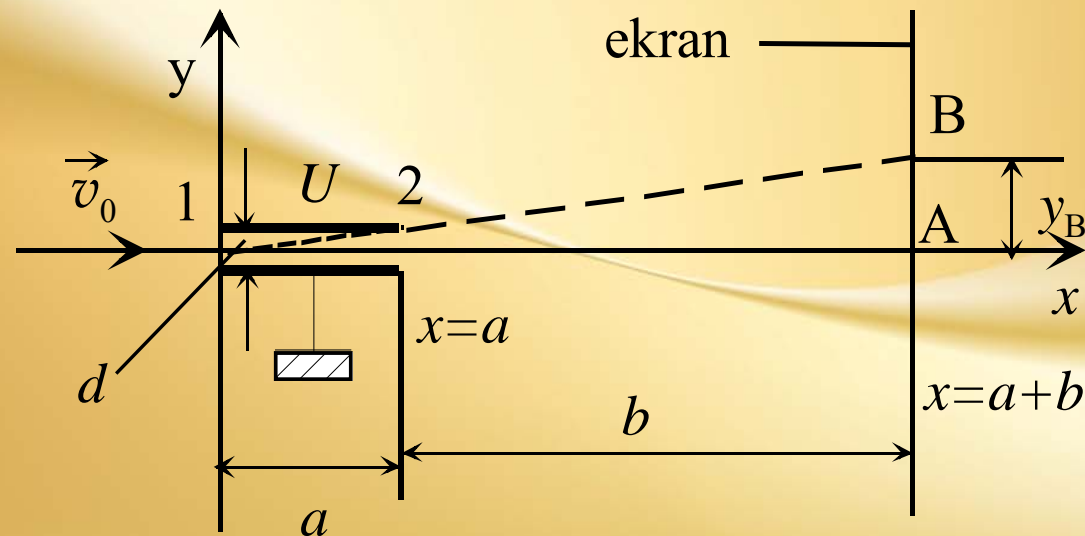
$$\frac{eE_2}{2m_e} t^2 + v_0 t - d_2 = 0$$

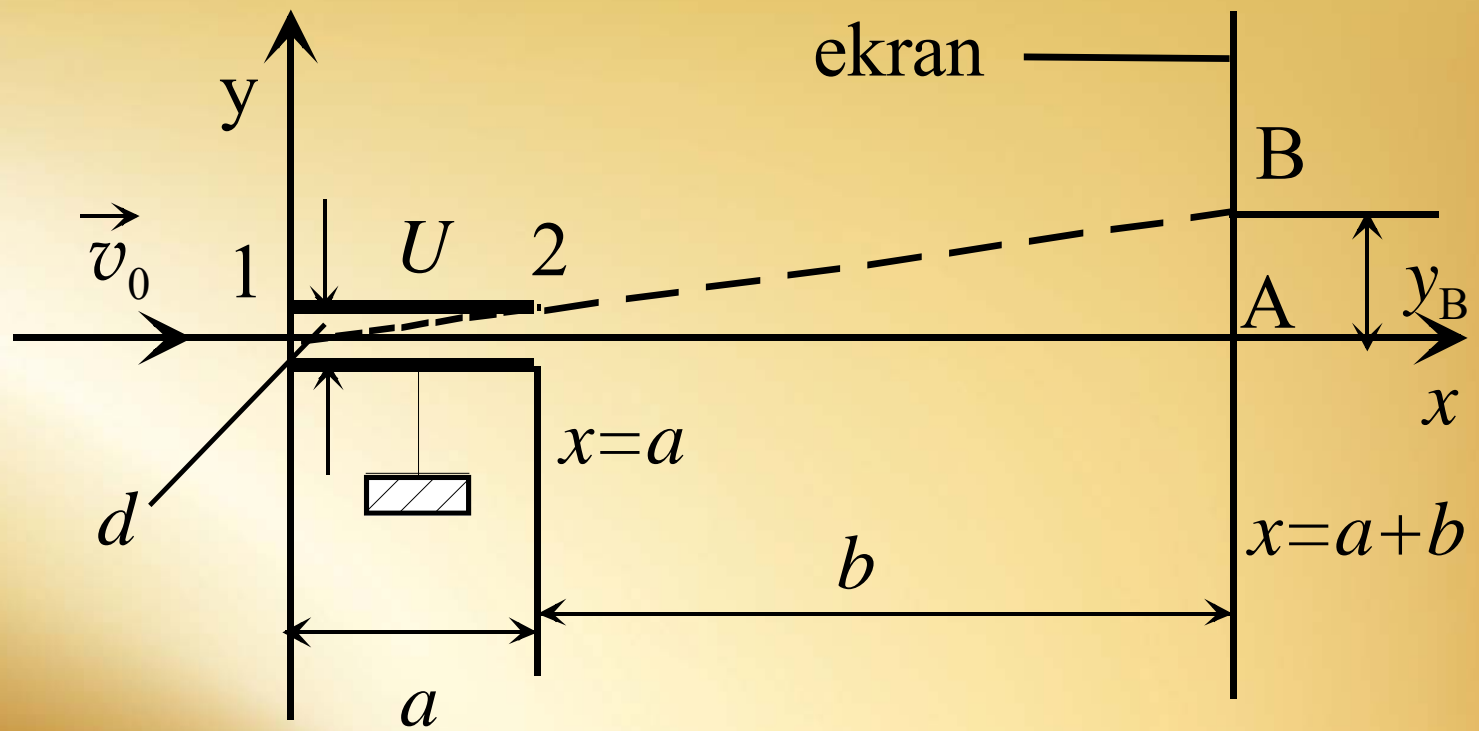
$$t_A = 2,562 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

$$v_A = v_0 + \frac{eE_2}{m_e} t_A = 5,932 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Primer 3. *Elektrostatičko skretanje elektronskog mlaza.*

U nekim vrstama tzv. katodnih cevi elektronski mlaz (formiran na podesan način) skreće se pomoću električnog polja. U tom cilju mlaz se propušta između dve paralelne provodne ploče između kojih postoji napon, kao što je skicirano na slici. Pod dejstvom električnog polja između ploča mlaz skreće kao što je naznačeno na slici. Zbog toga, umesto u tačku A ekrana, u koju pada kada je napon između ploča nula, mlaz pada u tačku B . Odredimo koordinate tačke B .





■ 1-2

$$t = \frac{a}{v_0}$$

$$y_2 = \frac{eE}{2m_e d} \left(\frac{a}{v_0} \right)^2$$

$$v_{y2} = \frac{eE}{m_e d} \frac{a}{v_0}$$

Pošto je elektronu potrebno vreme $t_2 = \frac{b}{v_0}$ da bi prešao put od tačke 2 do ekrana, čestica će u pravcu ose y skrenuti do tačke B ukupno za:

$$y_B = y_2 + v_{y2} \frac{b}{v_0}$$

4.3 Kretanje naelektrisane čestice u nehomogenom električnom polju.

- Izračunavanje putanje naelektrisane čestice u nehomogenom električnom polju u opštem slučaju je vrlo teško. Često je, srećom, od interesa samo intenzitet brzine čestice opterećenja q i mase m koja je pod dejstvom električnih sila prešla u vakuumu potencijalnu razliku, što je jednostavno izračunati. Mi ćemo se ograničiti na taj slučaj.

$$A = \int_1^2 q \vec{E} \circ d\vec{l} = q \int_1^2 \vec{E} \circ d\vec{l} = q(V_1 - V_2)$$

$$\frac{mv_2^2}{2} = q(V_1 - V_2)$$

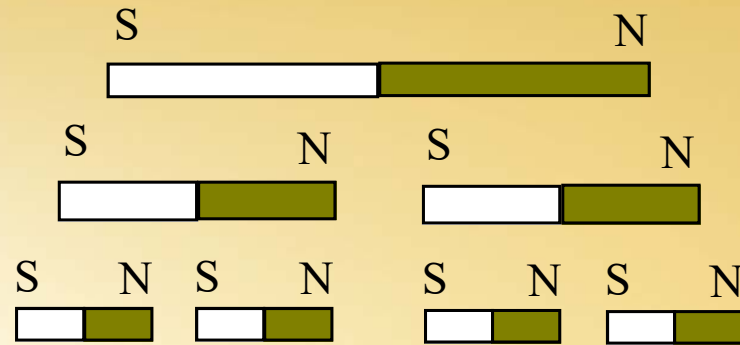
$$v_2 = \sqrt{\frac{2q(V_1 - V_2)}{m}}$$

5. Kretanje naelektrisanih čestica u magnetnom polju

- Prva zapažanja magnetnih pojava u njihovom najprostijem obliku datiraju još iz starog veka. Naime, još su stari Grci uočili da komadi rude magnetita (Fe_3O_4) imaju sposobnost da privlače sitne komade gvožđa. Pošto su nalazišta ove rude bila u blizini grada Magnezije u Maloj Aziji, ova pojava je u kasnijim proučavanjima nazvana **magnetizam**. Uobičajeni komadi gvozdene rude magnetita, sa prethodno opisanim svojstvom, nazvani su **magneti** i ovaj naziv se zadržao i u savremenoj elektromagnetici. S obzirom na prirodno poreklo magnetita, ovi magneti su dobili naziv prirodni magneti.

Prvo poznato tumačenje magnetnih pojava dao je Džilbert (William Gilbert, 1544—1603). On je 1600. godine uočio pojavu odbijanja istoimenih i privlačenja raznoimenih polova magneta objašnjavajući to postojanjem magnetnih masa na krajevima magneta, bazirajući svoj zaključak na sličnim međusobnim mehaničkim dejstvima naelektrisanja.

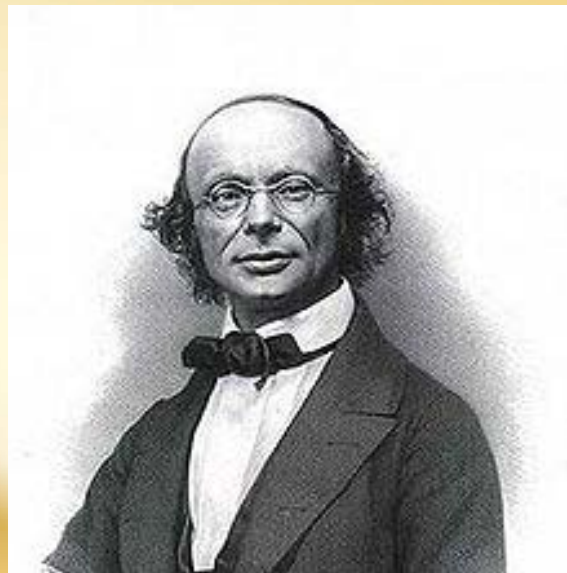




- Ersted (Hans Christian Oersted, 1777—1851) otkrio, 1819. godine, pojavu mehaničke sile provodnika sa strujom na magnetnu iglu i time utvrdio nepobitnu vezu između električnih i magnetnih pojava.

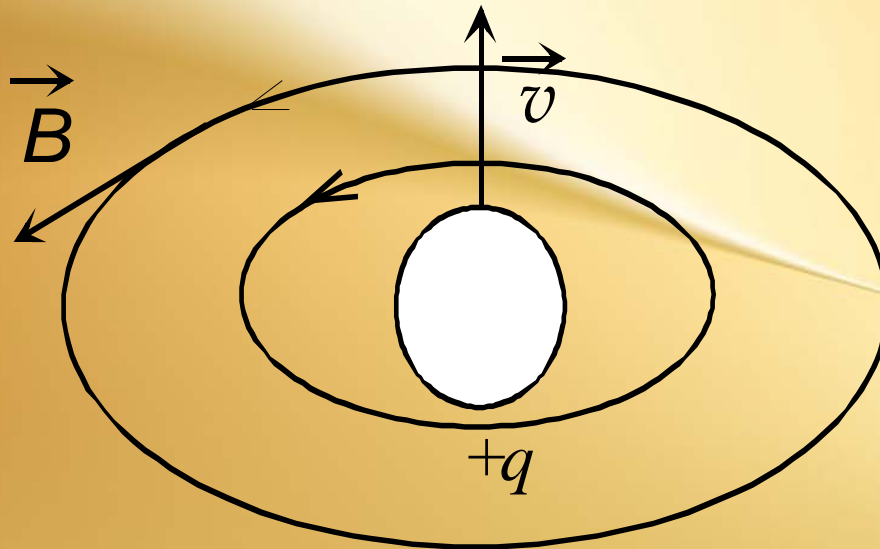


Veber (Wilhelm Weber, 1804-1891) postavio je teoriju pomoću koje je objasnio strukturu i karakteristično ponašanje magnetnih materijala.



5.2 Magnetna indukcija. Magnetno polje. Vektor indukcije magnetnog polja

- Magnetno polje je prostor u kome se oseća delovanje magnetnih sila. Osnovna karakteristika magnetnog polja **magnetna indukcija** \vec{B}



Lorencova sila

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$F = qv B \sin\alpha$$

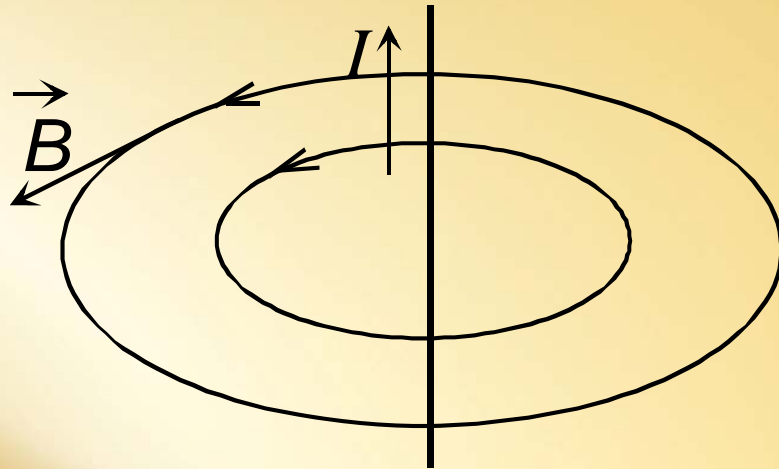
$$B = \frac{F}{qv \sin\varphi}$$

$$T = \frac{\text{N}}{\text{C} \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{\text{N}}{\text{Am}}$$

Primer Kolika je indukcija magnetnog polja u tački gde na proton koji se kreće brzinom $2 \cdot 10^7$ m/s, deluje magnetna sila od $3,2 \cdot 10^{-12}$? Naelektrisanje protona je $1,6 \cdot 10^{-19}$ C, a kreće se normalno na linije indukcije.

$$B = \frac{F_m}{qv} = 1\text{T}$$

Amperova sila



$$\vec{F}_A = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}$$

Primer Usled interakcije spoljašnjeg magnetnog polja indukcije 0,2 T i provodnika dužine 7m kroz koji protiče struja, nastaje sila od 0,028 N. Kolika je jačina struje koja protiče kroz provodnik ako je smer linija sila polja normalan na pravac provodnika?

$$F = lIB$$

$$I = \frac{F}{Bl} = 0,02A$$

Primer U homogenom magnetnom polju indukcije $1,26 \cdot 10^{-3}$ T nalazi se pravolinijski provodnik dužine 20 cm. Sila koja deluje na provodnik iznosi $2 \cdot \pi \cdot 10^{-3}$ N kad kroz njega protiče struja jačine 50 A. Koliki je ugao između provodnika i vektora magnetne indukcije?

$$\vec{F}_A = I\vec{l} \times \vec{B}$$

$$F_A = IlB\sin\varphi$$

$$\sin\varphi = \frac{F_A}{IlB} = 0,5$$

$$\varphi = 30^\circ$$

magnetno polje

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu}$$

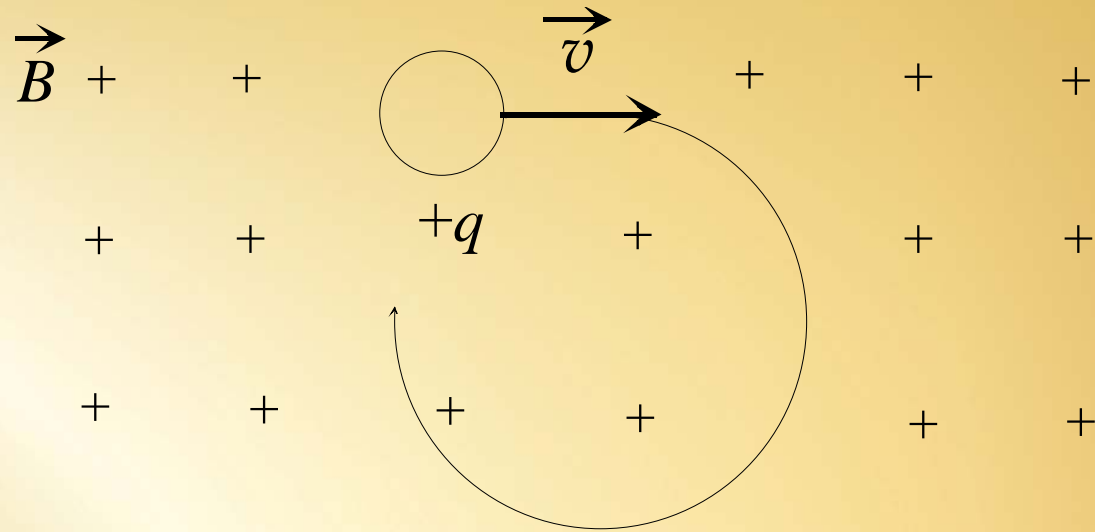
- permeabilnost sredine

$$\mu = \mu_r \mu_0$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$$

$$[H] = \frac{[B]}{[\mu]} = \frac{\frac{\text{T}}{\text{N}}}{\frac{\text{A}^2}{\text{N}}} = \frac{\frac{\text{N}}{\text{Am}}}{\frac{\text{N}}{\text{A}^2}} = \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

- **5.3 Kretanje naelektrisanja u homogenom magnetnom polju**
- Razmotrimo kretanje pozitivno naelektrisane čestice koja uleće u homogeno magnetno polje u pravcu normalnom na linije sile magnetnog polja. U takvom slučaju Lorencova sila ima intenzitet $F_m = qvB$ i deluje normalno na pravac vektora brzine i magnetne indukcije. Pošto se brzina ne menja, a takođe i magnetna indukcija, biće konstantna i Lorencova sila, kao i ubrzanje koje ta sila saopštava čestici.



$$m \frac{v^2}{r} = qvB$$

$$r = \frac{mv}{qB}$$

Čestica mase 0,6 g naelektrisana količinom naelektrisanja $3 \cdot 10^{-4}$ C uleće normalno na linije sile magnetnog polja indukcije 0,5 T brzinom 30 m/s. Koliki je poluprečnik kružne putanje čestice?

$$\frac{mv^2}{r} = qvB$$

$$r = \frac{mv}{qB}$$

$$r = 120\text{m}$$

Kolikom brzinom treba da uleti naelektrisana čestica normalno na linije sile ukrštenog električnog i magnetnog polja čije su jačine 40 N/C i $0,002 \text{ T}$ respektivno pa da ne vrši nikakvo skretanje?

$$qE = qvB$$

$$v = \frac{E}{B} = 2 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Izračunati kinetičku energiju čestice mase $8 \cdot 10^{-8} \text{ kg}$ koja uleće, i ne skreće, normalno na linije sila ukrštenog homogenog električnog i magnetnog polja čije su jačine redom 600 N/C i $0,03 \text{ T}$.

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$qE = qvB$$

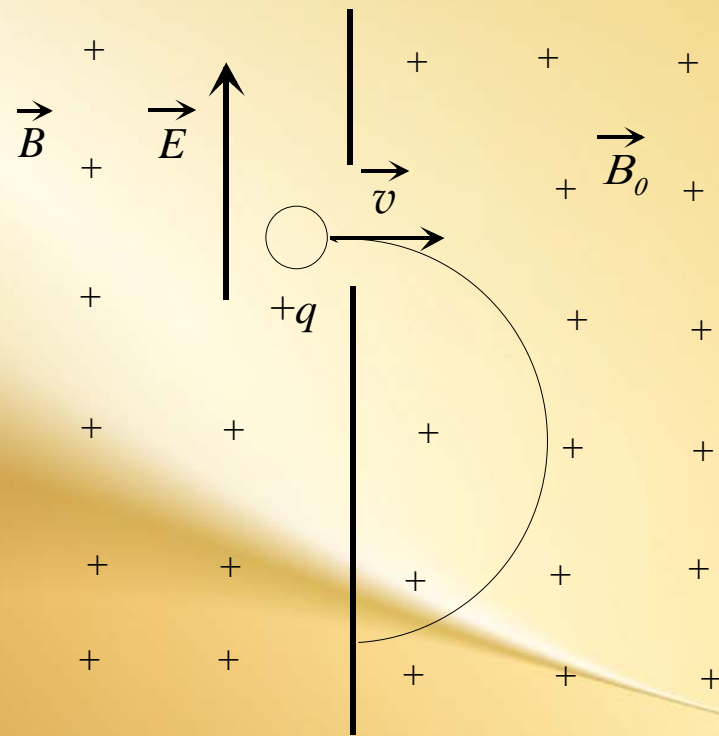
$$v = \frac{E}{B}$$

$$E_k = \frac{1}{2}m\left(\frac{E}{B}\right)^2 = 16\text{J}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$

5.4 Maseni spektrograf



$$r = \frac{mv}{qB_0}$$

$$\frac{q}{m} = \frac{E}{B_0 Br}$$

5.4 Magnetni fluks

$$\Phi = \vec{B} \circ \vec{S}$$

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos\alpha$$

$$\text{Wb} = \text{T} \cdot \text{m}^2$$

Primer Indukcija magnetnog polja unutar prstena poluprečnika 4 cm je stalna i iznosi 0,1 T. Koliki je magnetni fluks kroz prsten ako je on normalno postavljen na linije sile magnetne indukcije?

$$\Phi = \vec{B} \circ \vec{S}$$

$$\Phi = BS = Br^2\pi = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

U homogenom magnetnom polju indukcije 2 T nalazi se pravougaona kontura čije su stranice 30 cm i 50 cm. Koliki je magnetni fluks kroz konturu ako njena ravan gradi sa linijama indukcije ugao: a) 90°, b) 45°, c) 0°?

$$\Phi = BS \cos \varphi$$

$$S = ab$$



$$\Phi_1 = 0 \text{ Wb}$$

$$\Phi_2 = 0,21 \text{ Wb}$$

$$\Phi_3 = 0,3 \text{ Wb}$$