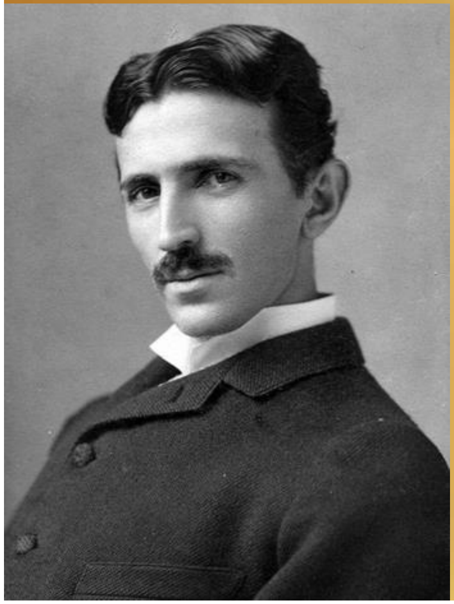
Dr Veljko Vuković vanredni prof.

UNIVERZITET PIM Banja Luka

Tehnički Fakultet: Energetska efikasnost-zelena energija

Instinkt je nešto iznad znanja. Nema sumnje da mi imamo u mozgu neka fina nervna vlakna koja nam omogućavaju da osetimo istinu kada logično zaključivanje ili nekakav moždani napor, učinjen našom voljom, ne dovodi do uspeha.
Nikola Tesla



Sadržaj

- Uvod
- Elektrostatika
- Vremenski konstantne električne struje
- Kretanje naelektrisane čestice u elektrostatičkom polju u vakuumu
- Naeletrisane čestice u magnetnom polju
- Elektromagnetna indukcija
- Vremenski promenljive električne struje. Redna RLC veza
- Paralelna veza elemenata u kolu
- Višefazni sistemi
- Elektronika

1. Uvod
1.1 Fizičke veličine i jedinice, SI sistem jedinica

Fizičke veličine opisuju pojave, procese i svojstva fizičkih tela. Izmeriti neku fizičku veličinu znači uporediti je sa odgovarajućom veličinom iste vrste, koja je izabrana za jednicu mere. Otuda se rezultat merenja izražava brojnom vrednošću i jednicom mere:

$$x=(x_m \pm \Delta x_m)\ [x]$$

Xm-mjerni broj, ΔX_m-greška merenja, [x]-jedinica mere

- Dogovorom je izabrano sedam fizičkih veličina za osnovne - osnovne jedinice.

- Jedinice koje se dobijaju preko osnovnih - izvedene jedinice.

- Skup osnovnih i izvedenih jedinica se naziva **sistem jedinica**. Na međunarodnoj konferenciji 1960. godine usvojen je međunarodni sistem jedinica (SI). Na tom skupu za osnovne fizičke veličine uvedene su jedinice koje su date u tabeli 1.3.1.

▪ Osnovne fizičke veličine

FIZIČKA VELIČINA	NAZIV JEDINICE	OZNAKA
dužina	metar	m
masa	kilogram	kg
vreme	sekunda	s
jačina električne struje	amper	A
temperatura	kelvin	K
jačina svetlosti	kandela	cd
količina materije	mol	mol

Tabela 1.3.1

Primer Popuni desnu kolonu tabele 1.3.2 odgovarajućim mernim brojem

$\rho = 1000 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$	$\rho = \quad \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$
$l = 10\mathrm{m}$	$l = \quad \mathrm{mm}$
$S = 5\mathrm{cm}^2$	$S = \quad \mathrm{m}^2$
$V = 5\mathrm{dm}^3$	$V = \quad \mathrm{m}^3$
$t = 8d$	$t = \quad \mathrm{min}$

Tabela 1.3.2

Rešenje Vidi tabelu 1.3.3.

$\rho = 1000 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$	$\rho = 1 \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$
$l = 10\mathrm{m}$	$l = 10^6\,\mathrm{m}$
$S = 5\mathrm{cm}^2$	$S = 5 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^2$
$V = 5\mathrm{dm}^3$	$V = 5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$
$t = 8d$	$t = 11520\,\mathrm{min}$

Tabela 1.3.3

Osim osnovnih jedinica SI sistema postoje i izvedene jedinice. Razmotrimo neke od njih.

Jedinica za brzinu se može dobiti iz poznate definicije brzine:

$$[v] = \frac{[s]}{[t]} = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \mathrm{m\,s}^{-1}$$

Jedinicu za ubrzanje ćemo dobiti iz definicije ubrzanja:

$$[a] = \frac{[v]}{[t]} = \frac{\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{\mathrm{s}} = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = \mathrm{m\,s}^{-2}$$

Jedinica za silu se može dobiti iz čuvenog drugog Njutnovog zakona:

$$[F] = [m] \cdot [a] = \mathrm{kg}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = \mathrm{kg\,m\,s}^{-2} = 1\,\mathrm{N}$$

1.2 Skalarne i vektorske fizičke veličine. Osnovne operacije sa vektorima.

- ***Skalarne*** *fizičke veličine se mogu izraziti potpuno samo brojnom vrednošću i odogovarajućom jedinicom merenja - npr. masa, vreme, zapremina, gustina i dr.*

- ***Vektorske*** *fizičke veličine karakteriše pravac, smer i intenzitet (brojna vrednost). Takve veličine su npr. brzina, ubrzanje, sila, itd.*

- ***Tenzorske fizičke*** *veličine okarakterisane su sa devet karakteristika. To su npr. tenzor inercije, permitivnosti, tenzor permeabilnosti i sl.*

Operacije skalarnih fizički veličina

- Sabiranje
- množe,
- oduzimaju itd.

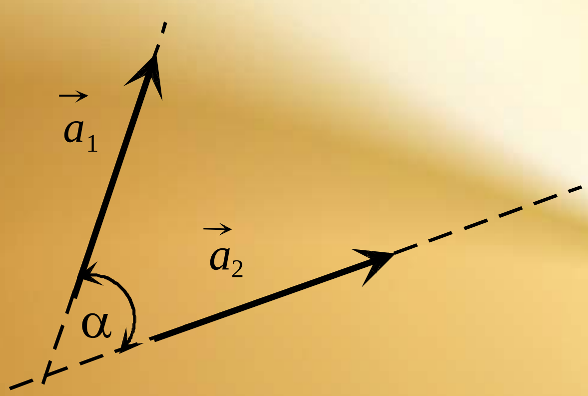
Algebarski, tj. ako imamo dve skalarne fizičke veličine a i b, onda je zbir a+b, razlika a-b, proizvod, količnik : $\frac{a}{b}$ $(b \neq 0)$.

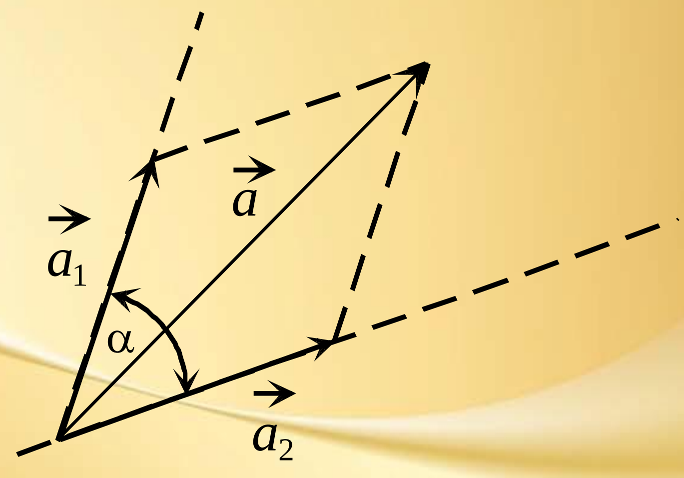
- Dva vektora su jednaka ako su im jednaki intenziteti, pravci i smerovi.

Vektorske fizičke veličine

- možemo sabrati, metodom paralelograma, što je prikazano na slici

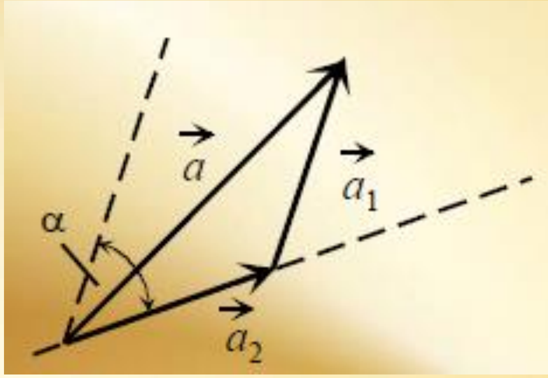
- Dovedemo oba vektora u zajedničku napadnu tačku. Obrazujemo paralelogram.
- Dva vektora su jednaka ako su im jednaki intenziteti, pravci i smerovi.



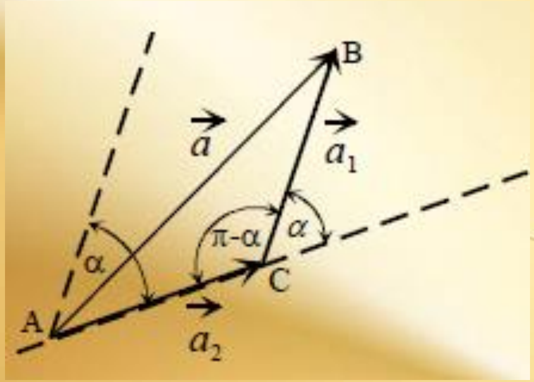


- Vektor $\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2$ predstavlja rezultujući vektor.

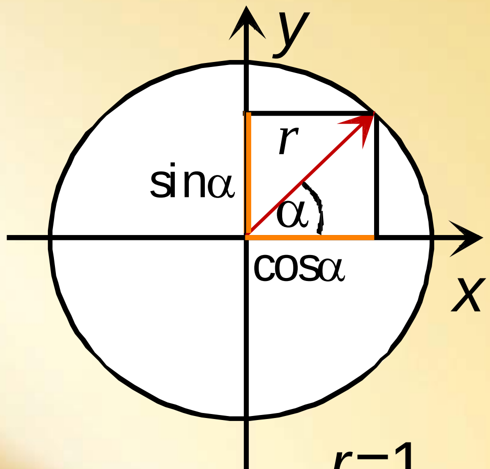
Sabiranje pomenutih vektora metodom poligona, prikazano na slici

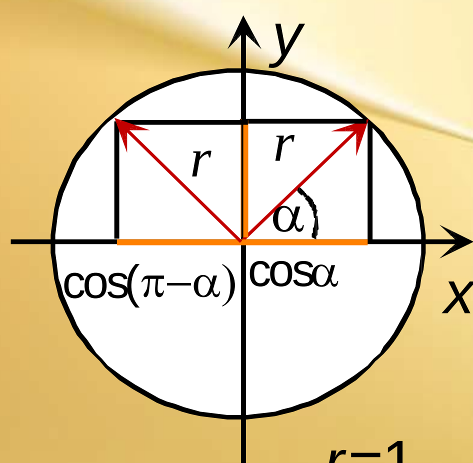


Intenzitet vektora se dobija primenom kosinusne teoreme.



$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 - 2\,a_1 a_2 \cos(\pi - \alpha)$$





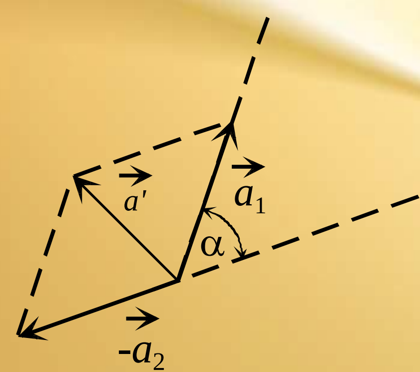
$$cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$$

Konačno napisati izraz koji ćemo koristiti za nalaženje rezultujućeg vektora:

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos\alpha$$

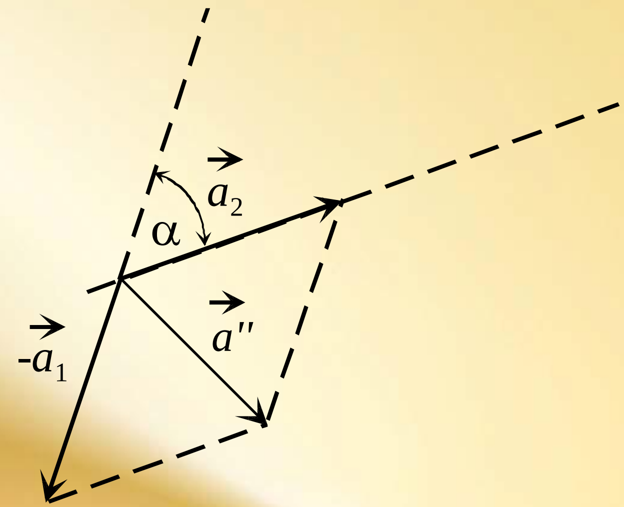
- Na slici 1.5.5 je prikazan slučaj oduzimanja vektora

$$\vec{a}' = \vec{a}_1 - \vec{a}_2 = \vec{a}_1 + (-\vec{a}_2)$$



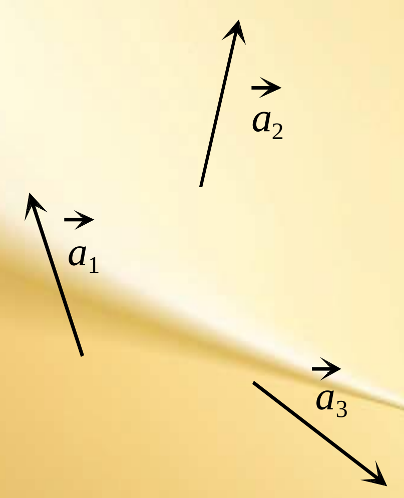
- Slika 1.5.5

Na slici 1.5.6 je prikazan slučaj oduzimanja vektora $\vec{a}' = \vec{a}_2 - \vec{a}_1$

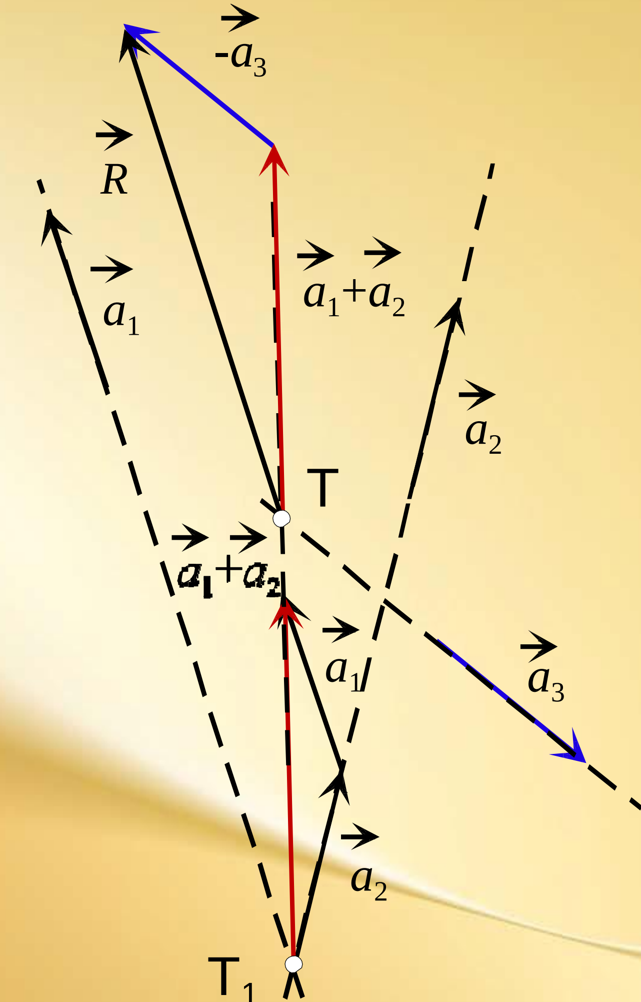


U slučaju da treba da saberemo ili oduzmemo više vektora mnogo je efikasnije raditi metodom poligona. Razmotrimo sledeći primer. Na slici 1.5.7 data su tri vektora i treba naći rezultujući vektor:

$$\vec{R} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 - \vec{a}_3$$

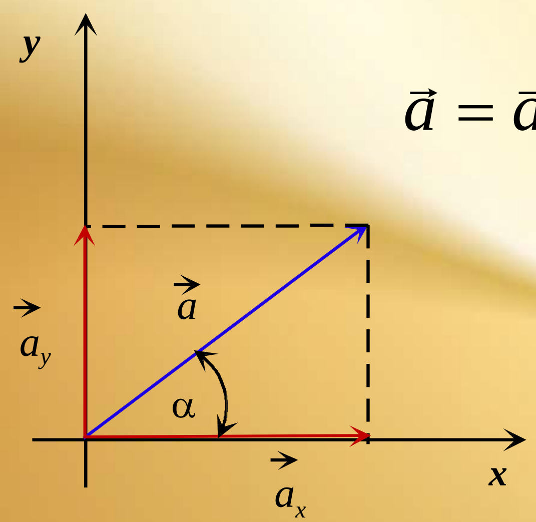


- Slika 1.5.7

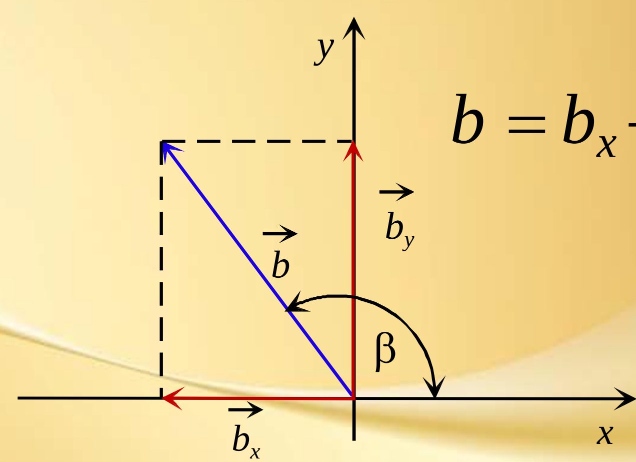


$-\vec{a}_3$
$\vec{R}$
$\vec{a}_1$
$\vec{a}_1+\vec{a}_2$
$\vec{a}_2$
T
$\vec{a}_1+\vec{a}_2$
$\vec{a}_1$
$\vec{a}_3$
$\vec{a}_2$
T_1

- **Komponente vektora** su vektorske veličine, i one se često koriste zbog elegantnijeg i efikasnijeg rada, posebno u koordinatnim sistemima. U x, y koordinatnom sistemu obično vektor razlažemo na dve uzajamno normalne komponente, vidi sliku 1.5.9 i 1.5.10:



$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y$$



$$b = b_x + b_y$$

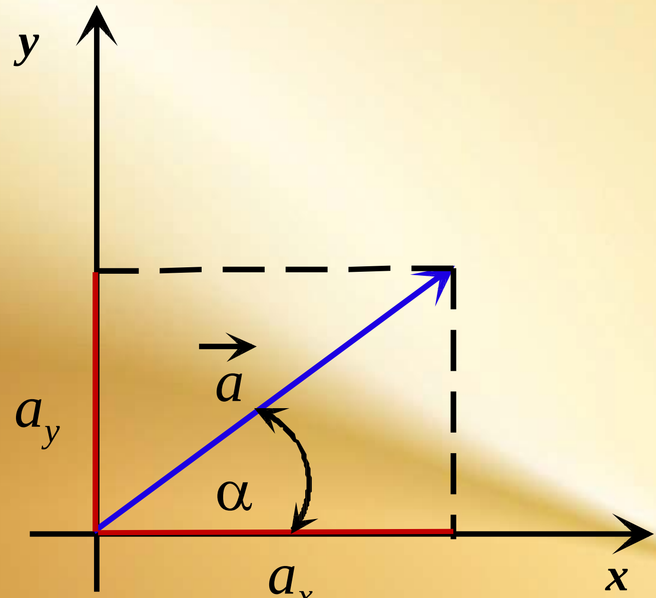
- Slika 1.5.9

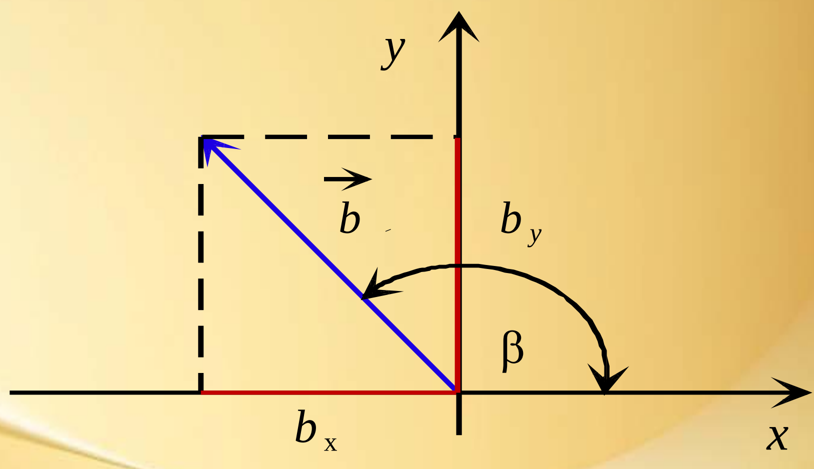
Slika 1.5.19

Odgovarajući intenziteti vektora, prema Pitagorinoj teoremi:

$$a^2 = a_x^2 + a_y^2 \qquad b^2 = b_x^2 + b_y^2$$

Projekcije vektora su skalarne veličine. One mogu biti pozitivne i negativne.





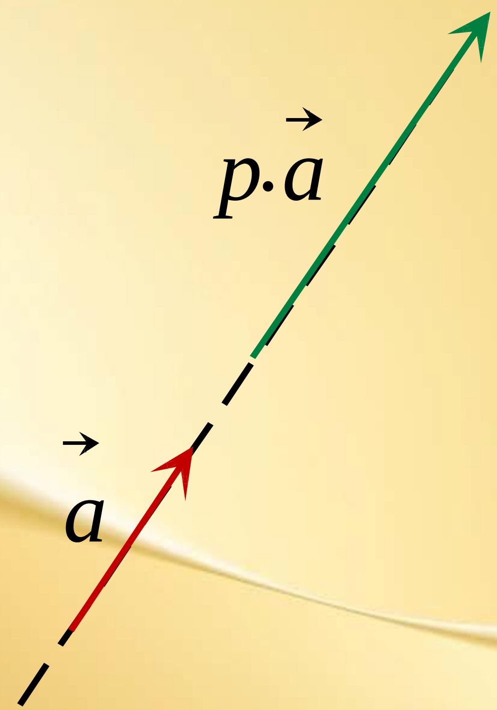
$$a_x = a\cdot\cos\alpha > 0$$

$$a_y = a\cdot\sin\alpha > 0$$

$$b_x = b\cdot\cos\beta < 0$$

$$b_y = b\cdot\sin\beta > 0$$

Proizvod vektora a i skalara p daje vektor čiji je pravac i smer isti kao i pravac i smer vektora, dok je intenzitet veći p puta(p>0) (slika 1.5.13).



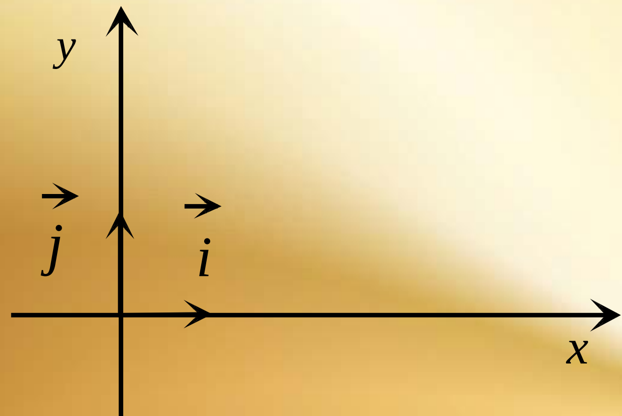
- Slika 1.5.13

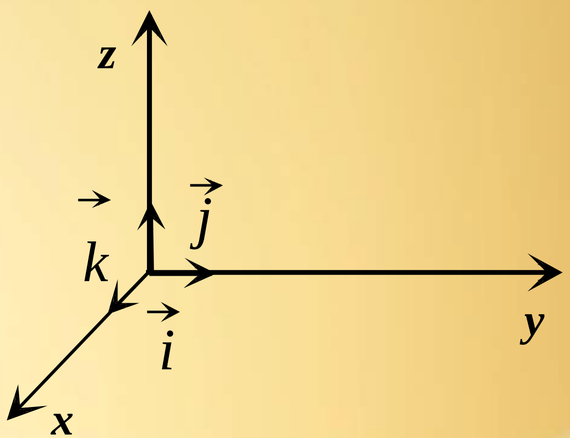
Ort – jedinični vektor

- Svaki vektor se može prikazati kao proizvod svog intenziteta i jedničnog vektora - orta:

$$\vec{a} = a \cdot \vec{a}_0 \qquad |\vec{a}| = a \, ; |\vec{a}_0| = 1$$

U slučaju dve dimenzije, x i y, imamo ortove osa i , j vidi sliku 1.5.14, ili u slučaju tri dimenzije , i ,j,k vidi sliku 1.5.15.





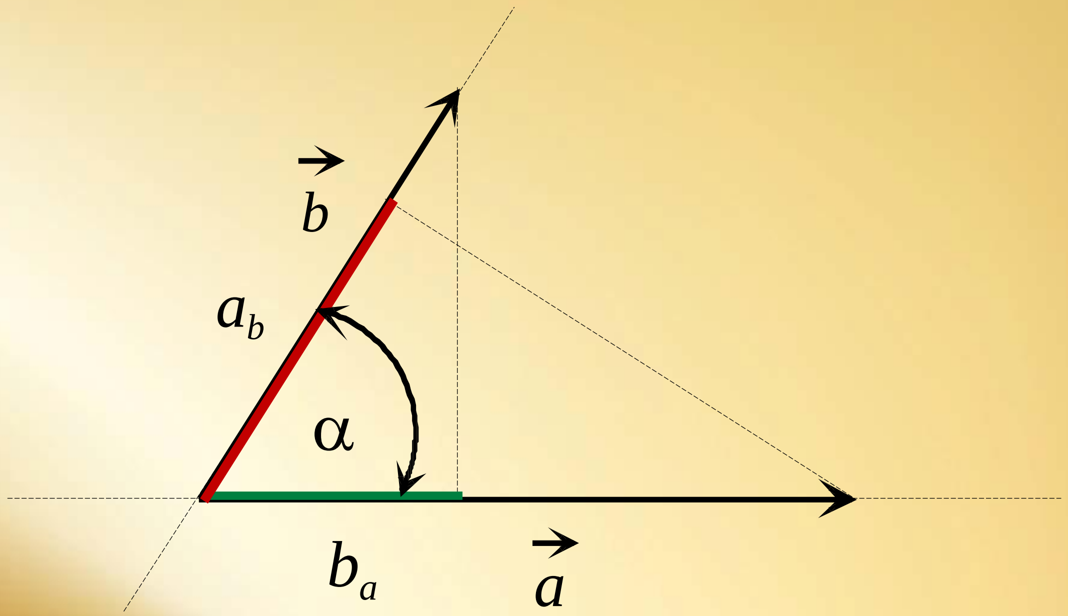
- Slika 1.5.14

Slika 1.5.15

Pomenimo dalje još dve mogućnosti množenja vektora.
Skalarni proizvod dva vektora daje skalar. Po definiciji skalarni proizvod vektora je:

$$c = \vec{a} \circ \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\alpha = a \cdot b \cdot \cos\alpha$$

- Skalarni proizvod takođe možemo izraziti na sledeći način, preko projekcije jednog vektora na drugi:



$$c = a_b \cdot b = a \cdot b_a$$

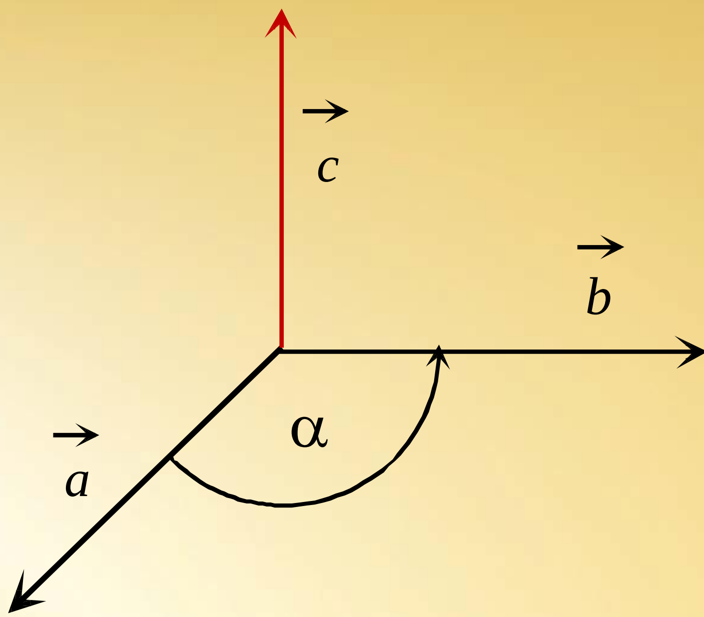
Vektorski proizvod dva vektora je vektor :

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

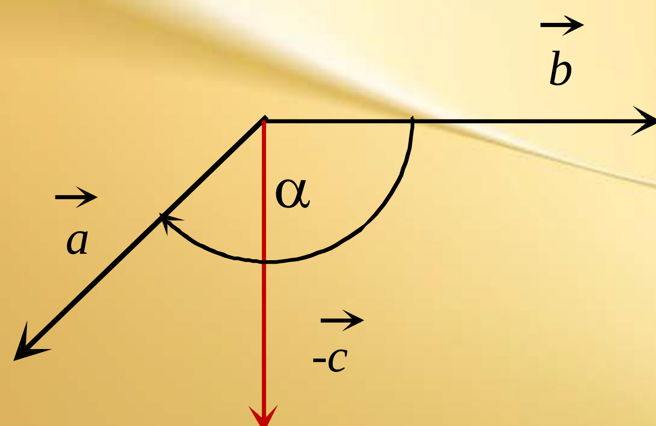
- Čita se a krst b
- ili

$$c = a \cdot b \cdot \sin\alpha$$

- Pravac vektora je normalan i na jedan i na drugi vektor, a smer određujemo pravilom desnog zavrtnja i očigledno je da važi:



$$b\times\vec{a}=-\vec{c}$$



Možemo dakle zaključiti da za vektorski proizvod ne važi zakon komutacije, tj.:

$$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$$

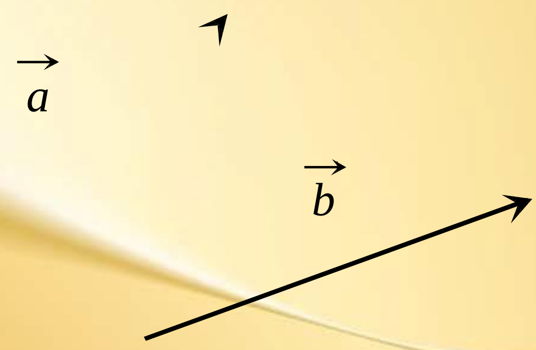
- Ukoliko je ugao između vektora 90°, tada je intenzitet vektora jednak:

$$c = a \cdot b$$

Primer Dokaži da su vektori e i f uzajamno normalni. Vektori i sa dati sa:

$$\vec{e} = \vec{a} + b \qquad f = \vec{a} - b$$

- Vektori i imaju iste intenzitete i predstavljeni su na slici 1.5.18.



- Slika 1.5.18

Rešenje Po definiciji skalarnog proizvoda imamo:

$$\vec{e} \circ \vec{f} = \left(\vec{a} + \vec{b}\right) \circ \left(\vec{a} - b\right) = \vec{a} \circ \vec{a} - \vec{a} \circ b + \vec{b} \circ \vec{a} - b \circ b = a^2 - b^2 = 0$$

$$\cos\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 90^0$$

Primer Dati su vektori a i b, čiji su intenziteti $|\vec{a}| = 2$ i $|\vec{b}| = 3$. Ugao između njih $\alpha = 45^0$

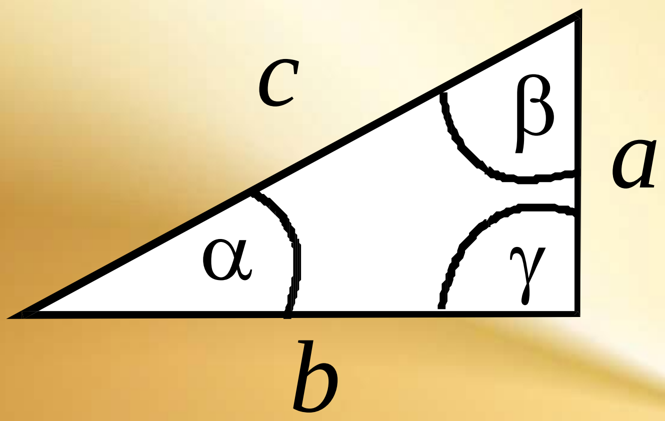
- Odredi:
- a. $\vec{a} \circ \vec{b}$
- b. $(\vec{a} - \vec{b}) \circ (\vec{a} + 2\vec{b})$

$$\vec{a} \circ \vec{b} = 2 \cdot 3 \cdot \cos 45^\circ = 6\,\frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

$$\left(\vec{a} - \vec{b}\right) \circ \left(\vec{a} + 2\vec{b}\right) = a^2 + 2ab - ab - 2b^2 = 4 + 12 - 6 - 18 = -8$$

Dodatak 1

- Elementi trigonometrije
- Pravougli trougao
- a i b katete; c hipotenuza



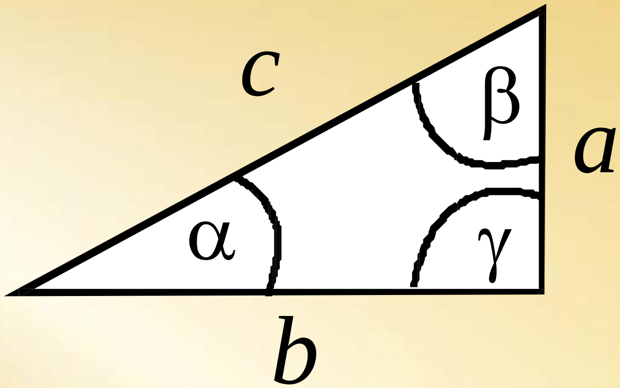
$$\gamma = 90°$$

$$\sin\alpha = \frac{\text{suprotnakateta}}{\text{hipotenuza}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{naleglakateta}}{\text{hipotenuza}} = \frac{b}{c}$$

$$\mathrm{tg}\alpha = \tan\alpha = \frac{\text{suprotnakateta}}{\text{nalegla kateta}} = \frac{a}{b}$$

$$\mathrm{ctg}\alpha = \cot\alpha = \frac{\text{naleglakateta}}{\text{suprotna kateta}} = \frac{b}{a}$$



$$\sin\beta = \frac{\text{suprotnakateta}}{\text{hipotenuza}} = \frac{b}{c}$$

$$\cos\beta = \frac{\text{naleglakateta}}{\text{hipotenuza}} = \frac{a}{c}$$

$$\gamma = 90^\circ$$

$$\mathrm{tg}\beta = \tan\beta = \frac{\text{suprotnakateta}}{\text{nalegla kateta}} = \frac{b}{a}$$

$$\mathrm{ctg}\beta = \cot\beta = \frac{\text{naleglakateta}}{\text{suprotna kateta}} = \frac{a}{b}$$

	○ ○	30°	45°	60°	90°
sma	0	1 - 2	.fi 2	J3 2	1
cos a	1	.J3 2	.fi 2	1 2	0
tan a	0	.J3 3	1	J3	00
cot a		J3	1	.J3 3	0

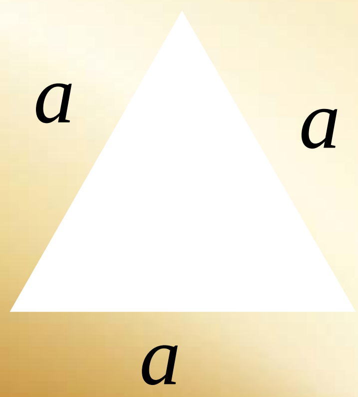
Odrediti vrednosti sin, cos, tan i cot za uglove:

$$\alpha = 30°$$

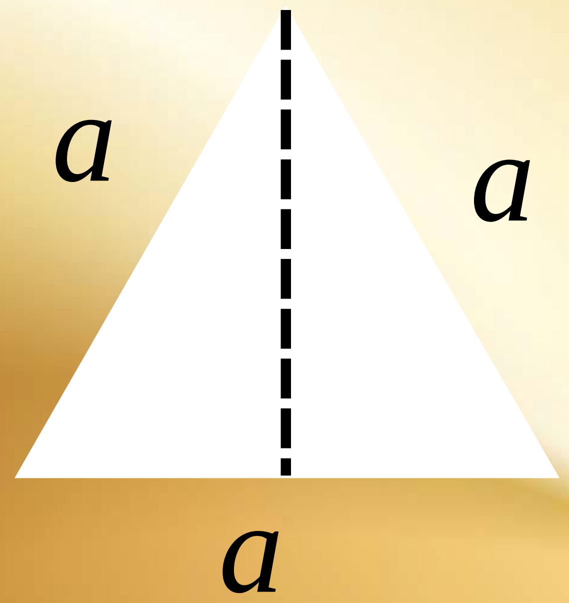
$$\alpha = 45°$$

$$\alpha = 60°$$

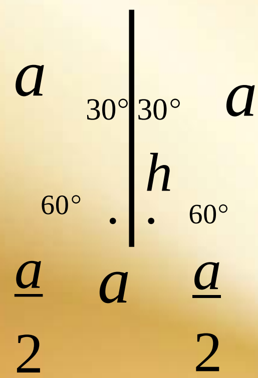
Uzimamo jednakostranični trougao



Delimo trougao na dva jednaka dela



Sada imamo sledeću situaciju:



$$h^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{1}{2}$$

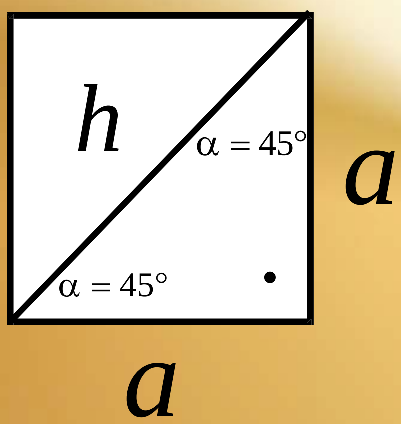
$$\cos 30^\circ = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\mathrm{tg}30^\circ = \tan 30^\circ = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\mathrm{ctg}30^\circ = \cot 30^\circ = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

U slučaju ugla od $\alpha = 45°$

- Uzimamo kvadrat i delimo ga po dijagonali.
- Koristimo Pitagorinu teoremu

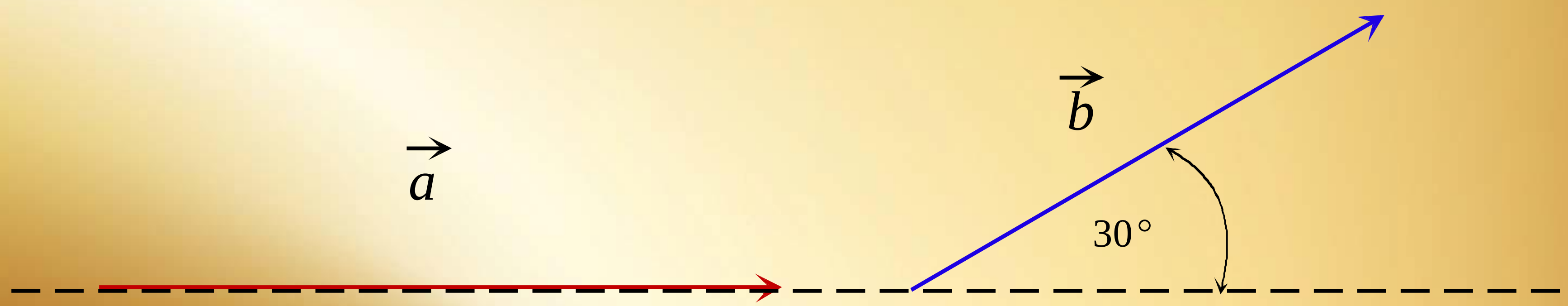


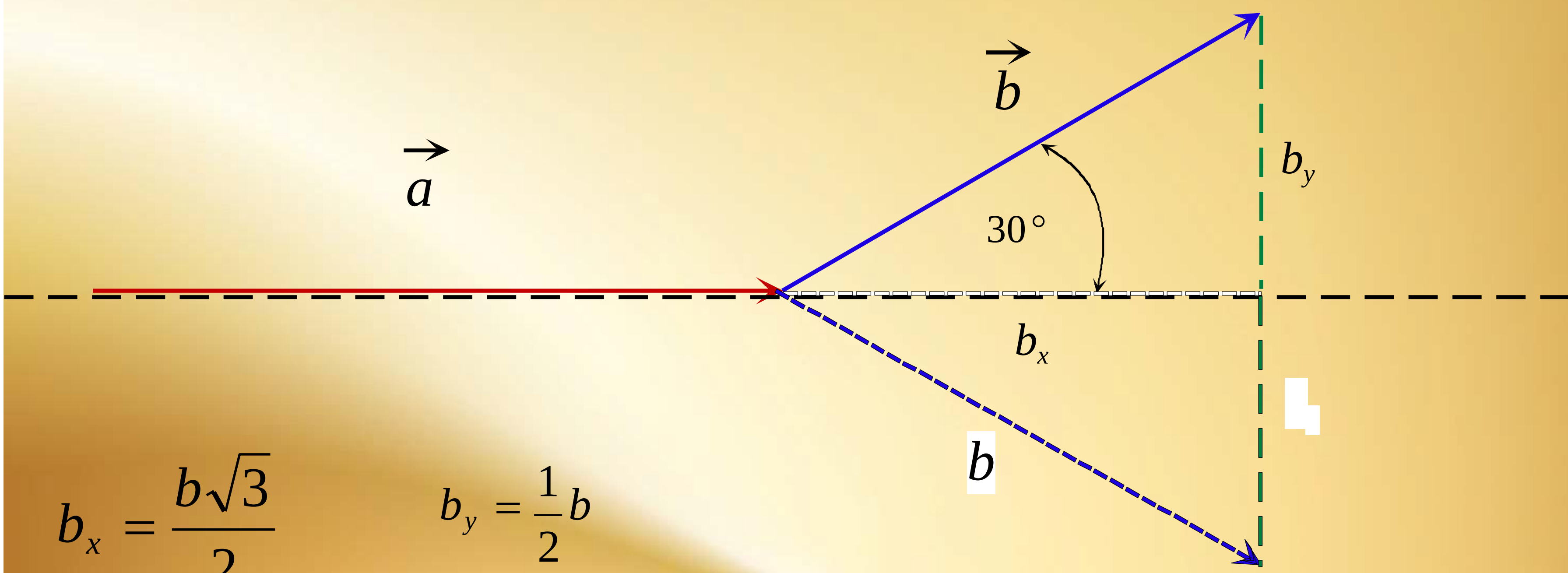
$$h^2 = a^2 + a^2$$

$$h^2 = 2a^2$$

$$h = a\sqrt{2}$$

Primer: Sabrati vektore a i b ($|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 4$), koji su dati na slici





$$b_x = \frac{b\sqrt{3}}{2} \qquad b_y = \frac{1}{2}b$$

$$c^2 = (a + b_x)^2 + b_y^2 \qquad c^2 = \left(a + \frac{b\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

$$c = \sqrt{41 + 20\sqrt{3}}$$